

Wybrane przepływy ze swobodną powierzchnią - strugi i krople

Tomasz A. Kowalewski

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Wybrane przepływy ze swobodną powierzchnią - strugi i krople

Tomasz A. Kowalewski

Praca habilitacyjna
Ośrodek Mechaniki
IPPT PAN
Warszawa, 1995

Wybrane przepływy ze swobodną powierzchnią - strugi i krople

Streszczenie

Podstawowym celem badań opisanych w niniejszej pracy jest stworzenie bezdotykowej metody diagnostyki parametrów fizycznych swobodnej powierzchni cieczy przy wykorzystaniu analizy drgań kropli. W szczególności chodzi o pomiar temperatury parującej powierzchni. Realizacja tego celu doprowadziła do powstania nowych technik eksperymentalnych pozwalających na rejestrację szybkich procesów przy zastosowaniu techniki video i cyfrowego zapisu obrazów.

Badania eksperymentalne procesu tworzenia się kropli w wyniku kontrolowanego rozpadu strugi wskazały na istnienie dodatkowej fazy tego procesu, polegającej na tworzeniu się mikro-strugi i mikro-satelitów o wymiarach rzędu mikrometrów. Porównanie rezultatów pomiarów z asymptotycznym modelem Eggersa [23] potwierdziło podstawowe założenie modelu o lokalności ostatniej fazy rozpadu strugi, wskazując jednocześnie na istnienie szeregu rozbieżności świadczących o ograniczeniach tego przybliżenia.

W dalszej części pracy przedstawiono rezultaty obserwacji niestabilności strug cieczy, spowodowanych jej parowaniem. W podjętej próbie analizy mechanizmów inicjujących zaburzenia parującej powierzchni wyodrębniono gradienty napięcia powierzchniowego jako istotny czynnik destabilizacji strug o małej średnicy. Wskazano też na występowanie szeregu nowych zjawisk w procesie destabilizacji strugi jak: odrywanie się fragmentów powierzchni, ich stabilizację strumieniem pary i quasi-stabilną zmianę toru strugi.

Opracowano również eksperymentalną metodę pozwalającą na rejestrację i precyzyjny opis deformacji kropeł. Przeprowadzone pomiary oscylacji małych kropeł znajdujących się w powietrzu doprowadziły do powstania pełnego, nieliniowego modelu drgań lepkiej kropli oraz umożliwiły weryfikację modeli uproszczonych. Przedstawiono przykłady demonstrujące możliwości wykorzystania metody oscylującej kropli do badań własności fizycznych cieczy oraz wyznaczania temperatury i składu powierzchni parujących kropeł.

Abstract

The study is motivated by the desire to develop a non-intrusive method of diagnostic of liquid surface parameters. Particularly, the possibility of measuring temperature of an evaporating surface is of interest. An idea of the method is based on the measurement of instantaneous values of surface tension from an analysis of droplet oscillations.

Several novel experimental techniques, making use of special features of the CCD video camera, have been developed to apply for high-speed recording of liquid jets and droplets. Experimental investigations of the jet breakup have been performed. They gave evidence of creation of a thin, about one micrometer in diameter, liquid neck between the main jet and the droplet. This micro-jet finally breaks up into several micro-satellites and the droplet is separated from the jet. The observations have been compared with the similarity solution given recently by Eggers [23]. The experiment justified the model assumptions about the local character of the last stage of the jet breakup. However, several differences which appeared, indicated also the limitations of this approximation.

In the second part, the instabilities of a small diameter evaporating jet have been experimentally studied. The results pointed out to several new forms of instabilities: evaporation induced waveness of the surface, film-like quasi-stable structures which peel off from the jet, and bending of the jet. Analysis of the possible agents initiating the instabilities indicated the gradient of the surface tension as the main factor.

An experimental method has been developed for recording and accurate description of droplet deformations. The experiments on droplet oscillations allowed to develop and validate a new theoretical model, which takes into account the full nonlinear behaviour of the viscous drop. Both the experimental and numerical results indicate that the nonlinear effects are always present in the dynamics of the droplet. In classifying the different regimes of oscillations in terms of the Reynolds number these nonlinearities were followed in the full range of parameters from underdamped droplet oscillations to an aperiodic decay of its initial deformation. The experimental and numerical parametric study validated the development of simple “practical” models of droplet dynamics, which at higher range of the Reynolds numbers offer adequate description of the experimental data. Examples are given to demonstrate applicability of the oscillating droplet method to measure physical parameters of the liquid surface, and temperature or composition of the surface of an evaporating droplet.

Wprowadzenie

Praca przedstawia rezultaty cyklu badań eksperymentalnych dotyczących przepływów ze swobodną powierzchnią. Badania te prowadzono w związku z opracowywaniem bezdotykowej metody diagnostyki powierzchni parującej cieczy. Rozwiązanie tego problemu wymaga opracowania i weryfikacji eksperymentalnej modeli teoretycznych, opisujących zachowanie się swobodnej powierzchni cieczy. Trudności opisu teoretycznego przepływu w obecności swobodnej powierzchni spowodowane są koniecznością rozwiązania zagadnienia, w którym obok pola przepływu, niewiadomą jest również granica obszaru, na której zdefiniowane są warunki brzegowe. Matematycznie oznacza to problem z warunkiem początkowym i ruchomą granicą. Jego rozwiązywanie jest interesujące samo w sobie i doprowadziło do utworzenia szeregu grup roboczych i towarzystw naukowych specjalizujących się w problematyce swobodnej powierzchni¹.

Złożoność problemu znalezienia rozwiązania dla pola przepływu ze swobodną powierzchnią związana jest między innymi z powstaniem, obok wystarczająco już komplikujących sprawę nieliniowości równań Naviera-Stokesa, dodatkowych sprzężeń ruchomych warunków brzegowych z poszukiwanym polem przepływu. Powoduje to, że poza trywialnymi przypadkami, układ równań opisujących ruch zachowuje nadal swój nieliniowy charakter w granicy dużych lepkości ($Re \rightarrow 0$).

Trudności, zarówno matematyczne jak i numeryczne, modelowania problemu powodują, że poszukuje się na ogół rozwiązań dla zagadnień uproszczonych lub dla przypadków asymptotycznych. Rzadko jednak jest to procedura pozwalająca wyjść poza jakościowy opis zjawiska fizycznego. Jednym z często stosowanych uproszczeń jest na przykład założenie, że amplituda ruchu powierzchni jest mała i może być zaniedbana przy definiowaniu warunków brzegowych. Tego typu ograniczenia, jak też często spotykane zaniedbywanie lepkości ośrodka, pozwalają wprowadzić uprościć równania ruchu i zredukować liczbę warunków brzegowych, ale problem przestaje opisywać rzeczywisty ruch cieczy. Ocena błędu rozwiązania popełnianego w wyniku przyjęcia takich założeń nie jest sprawą prostą.

Zagadnienia przepływów ze swobodną powierzchnią obejmują bardzo szeroką tematykę. Klasycznym przykładem jest szeroka gama problemów związana z przepływami dwufazowymi, w których występuje granica rozdziału faz typu ciecz-ciecz lub ciecz-gaz. Szczególny przypadek takiego przepływu to mechanika pojedynczej kropli - skończonej objętości płynu ograniczonej całkowicie powierzchnią swobodną. Przy braku oddziaływania dynamicznego powierzchni granicznej z zewnętrznym ośrodkiem (np. kropla w próżni lub gazie) powstaje całkowicie wyizolowany układ, dla którego na ogół bez uciekania się do dodatkowych założeń potrafimy dobrze zdefiniować układ równań ruchu oraz

¹Jedna z takich grup wydaje periodyk Free Boundary Problems.

warunki brzegowe. Jest to interesujące wyzwanie dla mechaniki przepływów, tym bardziej, że problem ten przez analogię znajduje zastosowanie w wielu całkiem odległych zagadnieniach jak astrofizyka czy fizyka jądrowa (kropłowy model jądra atomowego).

Obok klasycznych już problemów przepływów z granicą ciecz-gaz i ciecz-ciecz w ostatnich latach szczególnego znaczenia nabiera tematyka przepływów o swobodnej granicy związanej ze zmianą stanu ciekłego na stały, poprzez powstanie frontu solidyfikacji lub krystalizacji na granicy przepływu.

W niniejszej pracy ograniczymy się jednak do jednej tylko klasy przepływów ze swobodną powierzchnią, obejmującej problematykę granicy ciecz-gaz. Są to zagadnienia dotyczące zachowania się strug i kropel w ośrodku gazowym, którymi autor zajmował się w ciągu ostatnich lat, podczas swojego pobytu w Instytucie Max-Plancka w Getyndze. Problematyka którą omówimy, została podzielona na trzy grupy, a mianowicie: tworzenie się kropli w wyniku niestabilności kapilarnej strugi, niestabilność strugi wywołana jej parowaniem oraz drgania kropli cieczy w powietrzu. Te pozornie nie powiązane zagadnienia łączy jednak podstawowa idea, którą kierowano się od początku realizacji badań - wykorzystanie oscylacji kropli dla stworzenia metody umożliwiającej niezakłócającą kontrolę warunków, panujących na powierzchni parującej cieczy. W szczególności chodzi o tak istotny dla wszystkich modeli parowania parametr, jakim jest temperatura powierzchni - wielkość praktycznie niemierzalna klasycznymi metodami.

Pracę rozpoczyna krótki opis opracowanych przez autora nowych metod pomiarowych. Ograniczenie się w badaniach do obserwacji mikroskopowych oraz konieczność aktywnego sterowania eksperymentem wymagały rezygnacji z tradycyjnej fotografii na rzecz techniki cyfrowej rejestracji obrazów. Wobec konieczności rejestracji szybkich procesów opracowano trzy nowe techniki oparte na wykorzystaniu procesora obrazów i kamery video typu CCD [3, 36, 37].

Tworzeniu się kropli w wyniku rozpadu strugi poświęcona jest pierwsza z merytorycznych części pracy. Zagadnienie to, związane z utratą stabilności cylindrycznej strugi, było przedmiotem licznych badań od przeszło stulecia. Problem do którego ograniczymy się w tej pracy związany jest z próbą wyjaśnienia mechanizmu końcowej fazy odrywania się kropli od spójnej struktury strugi. Zjawisko to jest jednym z ostatnich ogniw procesu tworzenia się kropli, które nie doczekały się jeszcze pełnego opisu matematycznego. Osobliwości pojawiające się w rezultacie znikającego wymiaru poprzecznego strugi stanowią istotny problem dla opisu teoretycznego. Modele analityczne pozwalają jedynie przybliżyć opis zjawiska przez analizę asymptotyki rozwiązań. Istniejące rozwiązania numeryczne pozwalają prześledzić proces rozpadu strugi do pewnej krytycznej średnicy, poniżej której niestabilność rozwiązań interpretowana jest jako moment oderwania się kropli.

Dla fizyka interesującym jest jednak znalezienie odpowiedzi na pytanie: co dzieje się ze strugą w takim momencie? Czy średnica strugi osiąga teoretyczne minimum czyli wymiar molekularny? Opisane w tej pracy badania eksperymentalne wskazują na istnienie dodatkowej fazy rozpadu, polegającej na tworzeniu się mikro-strugi o średnicy około 1 mikrometra. Interesujące wydaje się stwierdzenie, że ta ostatnia faza tworzenia się kropli nie zależy od większości makroskopowych parametrów strugi, takich jak geometria czy prędkość, a jedynie od własności fizycznych cieczy (lepkość, gęstość i napięcie powierzchniowe). Z jednej strony stwarza to wygodny do teoretycznego modelowania obiekt, z dru-

giej stanowi podstawę do stworzenia w przeszłości narzędzia umożliwiającego badania mikro-hydrodynamicznych cech cieczy.

Odkrycie tej dodatkowej fazy rozpadu związanej z tworzeniem się mikro-strugi i jej rozpadu na mikro-satelity może mieć również istotne znaczenie w wielu zastosowaniach praktycznych jak: drukarki atramentowe, mikrodozowniki cieczy czy układy dyspersji cieczy w komorach spalania.

Niestabilność powierzchni cylindrycznej, jaką tworzy struga cieczy ulega dalszej modyfikacji, jeśli ciecz znajduje się w stanie nierównowagi termodynamicznej. Ma to na przykład miejsce podczas parowania powierzchni. Zaburzenia wywołane towarzyszącym parowaniu efektom dynamicznym i termicznym mogą w krótkim czasie osiągać amplitudy znacznie przekraczające naturalne efekty kapilarne, zmieniając całkowicie geometrię strugi. Problematyka ta odgrywa istotną rolę w szeregu zagadnień praktycznych. Wymienić tu można takie procesy technologiczne jak: rozpylanie paliw, tworzenie powłok pokrywających światłowodów czy też stabilizacja filmów cieczy chłodzących (reaktory, spawanie plazmowe), w których istotne znaczenie odgrywają zaburzenia powierzchni cieczy wywołane gradientami temperatury.

Na istnienie szeregu charakterystycznych zaburzeń wywołujących „marszczenia się” czy tworzenia kraterów na powolnie parującej płaskiej powierzchni cieczy wskazał w swoich pionierskich obserwacjach Hickman [32]. Zainicjowane tym eksperymentem próby modelowania powstawania zaburzeń na parującej powierzchni ograniczają się na ogół do systematyzacji możliwych mechanizmów i tworzenia przybliżeń liniowych. Wielorakość możliwych czynników destabilizujących parującą powierzchnię, ich wzajemne sprzężenia i dodatkowa obecność dużych gradientów temperatury powoduje, że postawienie problemu w sposób zamknięty staje się trudnym zadaniem, a jego rozwiązanie czeka nadal na realizację.

W praktyce problem stabilności parującej powierzchni spotykany jest często dla strug cieczy wtryskiwanych do ośrodka gazowego. Niewielka liczba podstawowych badań eksperymentalnych nad stabilnością parującej strugi jest prawdopodobnie przyczyną powolnego postępu teoretycznej interpretacji tego trudnego problemu. Dlatego też w obecnej pracy położono główny nacisk na znalezienie podstawowych charakterystyk parujących strug. W badaniach ograniczono się do strug o małych wymiarach (średnica rzędu ułamków milimetra). Pozwala to na minimalizację wpływu ubocznych efektów grawitacji i aerodynamiki, potęgując zarazem, wskutek wzrostu krzywizny powierzchni, rolę napięcia powierzchniowego. Obserwowane w szerokim zakresie wartości parametrów termodynamicznych zmiany powierzchni strug scharakteryzowano jakościowo, stwierdzając istnienie szeregu nowych postaci deformacji. Okazuje się, że silnie parująca powierzchnia może ulec rozwarstwieniu tworząc quasi-stabilne filmy cieczy otaczającej rdzeń strugi. Parowanie może też powodować quasi-stabilne zachowanie się powierzchni cylindrycznej przez tłumiący zaburzenia wpływ silnie schłodzonej, lepkiej warstwy powierzchniowej. Interesującym efektem jest również zaobserwowana zmiana kierunku cylindrycznej strugi, spowodowana asymetrią gradientów temperatury powierzchni. Analizę teoretyczną obserwowanych zjawisk ogranicza w poważnym stopniu brak tak istotnej informacji jak rozkład temperatury parującej powierzchni strugi. Koniecznym więc staje się modelowanie numeryczne warunków panujących na powierzchni. W pracy przedstawiono próbę in-

interpretacji obserwowanych efektów, korzystając z uproszczonych modeli parującej strugi. Pozwoliło to na jakościową ocenę występujących mechanizmów destabilizacji powierzchni wskazując, że istotnym czynnikiem są gradienty napięcia powierzchniowego, spowodowane gradientami temperatury. Uzyskane rezultaty świadczą, że analizowany problem daleki jest do zamknięcia i kontynuacja badań nad stabilnością parujących powierzchni konieczna jest dla pełnego zrozumienia mechanizmów destabilizacji.

Jak wspomniano na wstępie, podstawową ideą przeprowadzonych badań było stworzenie metody eksperymentalnej, pozwalającej na wykorzystanie oscylacji kropli jako wskaźnika temperatury parującej powierzchni. Parametr ten odgrywa decydującą rolę w weryfikacji istniejących modeli parowania. Rozbieżności obserwowane między przewidywaniami teoretycznymi a obserwowanymi globalnymi parametrami parowania (ubytek cieczy, temperatura wewnętrzna) doprowadziły do wprowadzenia szeregu empirycznych współczynników (jak stała akomodacji dla modelu kinetycznego, czy różne wersje liczby Nusselta dla modeli dyfuzyjnych). Pomiar temperatury parującej powierzchni pozwoliłby zweryfikować ich wartości i stworzyć w pełni wiarygodny model. Brak takiego modelu utrudnia m.in. przeprowadzenie prawidłowej analizy niestabilności pojawiających się na parującej powierzchni.

Idea pomiaru temperatury powierzchni cieczy opiera się na przyjęciu, że możliwy jest dokładny pomiar napięcia powierzchniowego na podstawie analizy drgań kropli. Ponieważ napięcie powierzchniowe jest funkcją temperatury, pozwoliłoby to określić warunki panujące w molekularnie cienkiej warstwie parującej powierzchni cieczy. Warto nadmienić, że z uwagi na swój bezdotykowy charakter i krótki czas pomiaru, metoda oscylującej kropli umożliwia szereg innych badań, trudnych lub niemożliwych do wykonania klasycznymi metodami. Na przykład dla parującej mieszaniny dwóch cieczy jest to możliwość zbadania zmiany koncentracji składników na powierzchni, dla roztworów substancji powierzchniowo aktywnych pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego, a przy jego pomocy własności fizyko-chemicznych powierzchni. Oscylująca kropla znajduje również coraz szersze zastosowanie w badaniach takich „egzotycznych“ cieczy jak: ciekłe metale, ciekły krzem czy też ciekłe gazy. Brak kontaktu narzędzia pomiarowego z badaną powierzchnią ma tutaj decydujące znaczenie.

Poznanie mechaniki drgań kropli przez ich precyzyjny pomiar, wsparty zweryfikowanymi modelami teoretycznymi jest istotnym punktem badań. Opracowane techniki pomiarowe po raz pierwszy pozwoliły przedstawić obserwowane oscylacje kropli jako sumę amplitud pojedynczych modów drgań. Stało się to możliwe dzięki przedstawieniu powierzchni zdeformowanej kropli jako osiowo-symetrycznego rozwinięcia funkcji sferycznych. Umożliwia to nie tylko dokładny opis deformacji ale również jednoznaczne porównanie eksperymentu z rezultatami obliczeń i weryfikację zbudowanych modeli teoretycznych. Przeprowadzona analiza wyników pomiarów umożliwiła odkrycie istnienia efektów nieliniowych wyższych modów drgań, paradoksalnie nie znikających dla małych amplitud. Wskazało to na niedopuszczalność zaniedbania efektów nieliniowych w opisie drgań kropli.

Badania teoretyczne drgań kropli, mimo swej przeszło stuletniej historii, dopiero na przestrzeni ostatnich kilku latach doprowadziły do stworzenia modelu opisującego fizyczną kroplę. Stało się to możliwe dzięki zrozumieniu faktu, że powszechnie dotychczas akceptowana linearyzacja równań ruchu i warunków brzegowych stoi w sprzeczności z praktycznym ograniczeniem, jakim jest brak możliwości dokładnego pomiaru deformacji, której amplituda jest bliska zeru.

W niniejszej pracy przedstawiono podstawowe założenia pełnego modelu [2, 4], powstałego w oparciu o prowadzone eksperymenty, a opisującego nieliniową dynamikę lepkiej kropli. Należy podkreślić, że opublikowany w 1994 roku rezultat badań [4] jest jak dotąd pierwszym cytowanym w literaturze modelem nieliniowych drgań kropli zweryfikowanym eksperymentalnie. Było to ułatwione dzięki zastosowaniu zarówno w eksperymencie jak i w teorii tej samej metody parametryzacji zdeformowanej powierzchni. Przedstawienie pól prędkości i wirowości w postaci szeregów skończonych, pozwoliło sprowadzić problem do poszukiwania rozwiązania układu równań różniczkowych zwyczajnych dla niewiadomych będących parametrami rozwinięć. Główna idea modelu opiera się na zastosowaniu zasady wariacyjnej Gaussa dla minimalizacji całki równań Naviera-Stokesa po objętości kropli przy dodatkowych więzach w postaci warunków brzegowych.

Eksperymentalna weryfikacja modelu przeprowadzona przez autora w szerokim zakresie parametrów pozwoliła na zbudowanie uproszczonego modelu nieliniowego, w którym efekty lepkie ograniczono do cienkiej warstwy brzegowej (tzw. przybliżenie bezwirowe). Przybliżenie to jest związane z faktem, że generacja wirowości w warunkach powierzchni swobodnej ma miejsce jedynie na tej powierzchni. W warunkach skończonego czasu obserwacji drgań, zanikających wskutek tłumienia, możliwa jest sytuacja, gdy proces dyfuzji wirowości w głąb kropli może być zaniedbany i wpływ lepkości ogranicza się tylko do warstwy granicznej. Dalsze uproszczenie, polegające na opisie drgań kropli prostym równaniem oscylatora mechanicznego o nieliniowych współczynnikach, uzyskanych drogą graficznej analizy rezultatów obserwacji, pozwoliło na stworzenie metody szybkiej analizy pomiarów. Umożliwia to stosowanie procedur optymalizacyjnych dla wyznaczania parametrów fizycznych badanych cieczy, zbliżając nas do nakreślonego na wstępie celu. Na zakończenie przedstawiono kilka przykładów ilustrujących aplikacyjne możliwości metody.

Część badań opisanych w rozdziałach 3 i 4 była już przedmiotem wcześniejszych publikacji autora ([3, 4, 5], [34]-[43], [49]-[53],[82]). W niniejszym opracowaniu starano się więc przedstawić te fragmenty raczej skrótowo, uwypuklając jedynie najistotniejsze elementy uzyskanych rezultatów oraz uzupełniając je nowymi, nieopublikowanymi jeszcze informacjami.

1. Metodyka pomiarów

Opisane w niniejszej pracy badania doświadczalne zostały wykonane przy zastosowaniu szeregu nowych lub zaktualizowanych metod eksperymentalnych, bazujących na zastosowaniu kamery półprzewodnikowej typu CCD, cyfrowej rejestracji obrazów z wykorzystaniem video-procesora i dalszej obróbki i analizy tych obrazów z wykorzystaniem technik komputerowych. Układ doświadczalny wykorzystywany do badań jest w zasadniczej części podobny dla wszystkich opisanych badań. W związku z tym na wstępie przedstawimy ogólny schemat stanowiska pomiarowego, jak też idee i główne cechy stosowanych metod.

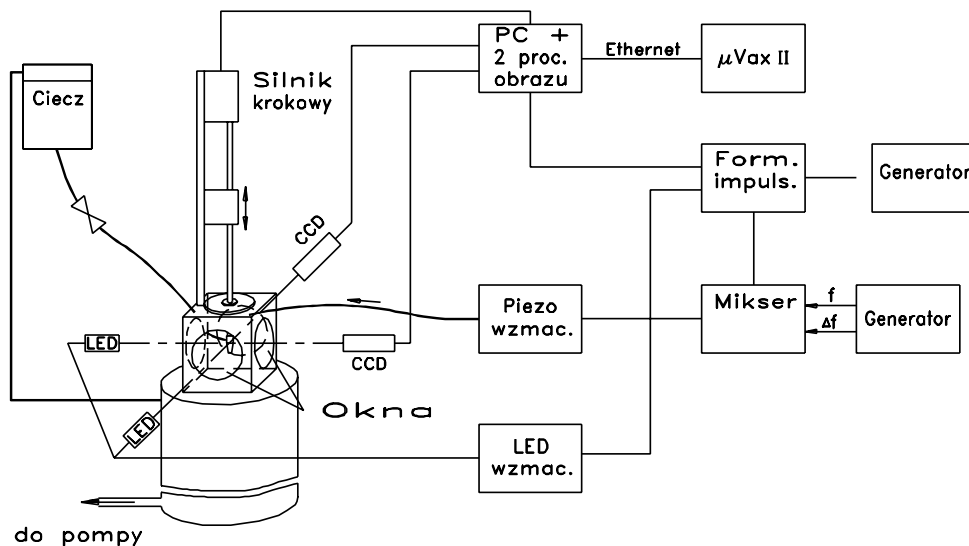
1.1 Stanowisko pomiarowe

Schemat stanowiska pomiarowego stosowanego w doświadczeniach nad zachowaniem się strug i kropeł przedstawia rys. 1.1. Struga cieczy wypływa pionowo w dół ze specjalnie skonstruowanej dyszy [37] do hermetycznej komory o objętości $0,7m^3$. We wszystkich opisanych eksperymentach struga wypływa pionowo w dół, mimo mylącego czasem poziomego przedstawienia jej na rysunkach. Przepływ cieczy wywołany jest różnicą ciśnienia w zbiorniku z cieczą i ciśnienia gazu w komorze pomiarowej. Dzięki wysoko wydajnej pompie próżniowej ($8m^3/min$) podłączonej do komory pomiarowej, doświadczenia mogły być przeprowadzone zarówno w warunkach normalnego, jak i obniżonego ciśnienia gazu otaczającego strugę.

Poprzez wymianę przedniej części dyszy średnica wypływającej strugi może być zmieniana w zakresie 0,05 - 1,8mm. Tak małe średnice i niewielkie prędkości wypływu ($\approx 5m/s$) gwarantują laminarność przepływu w dyszy wypływowej, jak również pozwalają na zaniechanie efektów aerodynamicznych dla strug i kropli poruszających się w otaczającym je gazie.

Wypływająca struga poddawana była kontrolowanym zaburzeniom przy pomocy przetwornika piezoelektrycznego wbudowanego w tylną ściankę komory dyszy. Periodyczne impulsy napięcia, o częstotliwości zbliżonej do częstotliwości własnej strugi (długości fali Rayleigh'a), pozwalają uzyskać kontrolowany, periodycznie powtarzalny rozpad strugi na krople. Dysza wypływowa została umocowana na prowadnicy sterowanego komputerem silnika krokowego, co umożliwia precyzyjne przemieszczanie wycinka obserwowanej strugi (lub kropli) w stosunku do rejestrującej ją kamery video.

Obserwacje przeprowadzono kamerą video oświetlaną bezpośrednio przez równoległą wiązkę światła przechodzącego przez badany obiekt. Wskutek dużej krzywizny powierzchni badanych obiektów, światło przechodzące przez przezroczystą ciecz ulega silnemu odchyleniu i nie jest rejestrowane przez kamerę. W rezultacie obserwowane obiekty



Rysunek 1.1: Schemat układu pomiarowego stosowanego do badań strug i kropeł. Główne elementy to: zbiornik, 2 kamery CCD, komputer PC z dwoma procesorami obrazu połączony z siecią ethernet, oświetlenie diodami LED, pionowo umocowany silnik krokowy z dyszą wypływową oraz układy elektroniczne sterujące wzmacniacze impulsów kierowanych do diod LED i przetwornika piezoceramicznego.

są widoczne jako ciemne plamy na jasnym tle. Taka metoda pozwala maksymalnie wykorzystać intensywność oświetlenia a dzięki wysokonastawowemu obrazowi zminimalizować efekty dyfrakcyjne.

Ponieważ w centralnej części kropeł i strug kąt padania światła jest mały, część oświetlającej je wiązki światła przedostaje się tam do kamery. Na zdjęciach objawia się to w postaci nieregularnej jasnej plamy widocznej w centrum kropeł lub wąskiej pręgi dla strug. Jeśli powierzchnia cieczy nie jest wystarczająco gładka, np. wskutek istnienia fal powierzchniowych, kształt prześwitującej plamy ulega zmianie. Jest to źródłem dodatkowej informacji o lokalnych deformacjach powierzchni.

Do rejestracji obrazów wykorzystywane były kamery typu CCD (Charge Coupled Device), przeważnie model Sony XC77CE. Kamera półprzewodnikowa typu CCD gwarantuje uzyskanie geometrycznie niezdeformowanego obrazu, przy stosunkowo dużej rozdzielczości przestrzennej (768 x 512 pixli), wysokiej dynamice i czułości [43]. Obrazy z kamery CCD rejestrowano w postaci cyfrowej przy wykorzystaniu przetwornika obrazu (VS100 Imaging Inc.), zainstalowanego w komputerze typu PC386. Celem dalszej obróbki i analizy, obrazy przechowywane były na dyskach magnetycznych i magneto-optycznych komputera.

Jako źródło światła wykorzystane zostały zasilane impulsowo diody świecące (LED) dużej mocy [44]. Typowy czas oświetlenia wynosił 200ns . Dla obiektów o wielkości rzędu ułamków milimetra obserwowanych pod dużym powiększeniem i poruszających się z prędkością kilku m/s, jest to wartość konieczna, aby uniknąć rozmycia konturów obrazu.

1.2 Metody rejestracji obrazów

Trzy specjalnie opracowane metody rejestracji [42] zostały wykorzystane do analizy badanych procesów.

1.2.1 Metoda fazowo-stroboskopowa

W metodzie tej wykorzystano periodyczność zjawiska. Oświetlając strugę impulsami światła o częstotliwości równej częstotliwości zaburzeń wywołanych przy pomocy przetwornika piezo-elektrycznego możliwe jest prowadzenie obserwacji stroboskopowych. Wykorzystując specjalnie do tego celu skonstruowany cyfrowy przesuwnik fazy, możliwe jest również obserwowanie dynamiki rozpadu w „zwolnionym tempie“, regulowanym względną różnicą częstotliwości pobudzania i oświetlania strugi. Dla zadanej częstotliwości zjawiska F_z (w tym wypadku częstotliwość pobudzania drgań strugi) i częstotliwości skanera fazy F_s , czas rzeczywisty dt wiąże się z czasem obserwacji DT prostą relacją:

$$dt = DT \frac{F_s}{256 F_z} \quad (1.1)$$

Współczynnik 256 wynika z konstrukcji przyrządu.

Jak łatwo zauważyć dla typowych częstotliwości pobudzania strugi rzędu $10kHz$, stosując częstotliwość skanowania $1Hz$, można powiększyć rozdzielczość czasową 2560000 razy. Umożliwia to rejestrowanie procesów o charakterystycznym czasie $1\mu s$ w czasie rzeczywistym paru sekund.

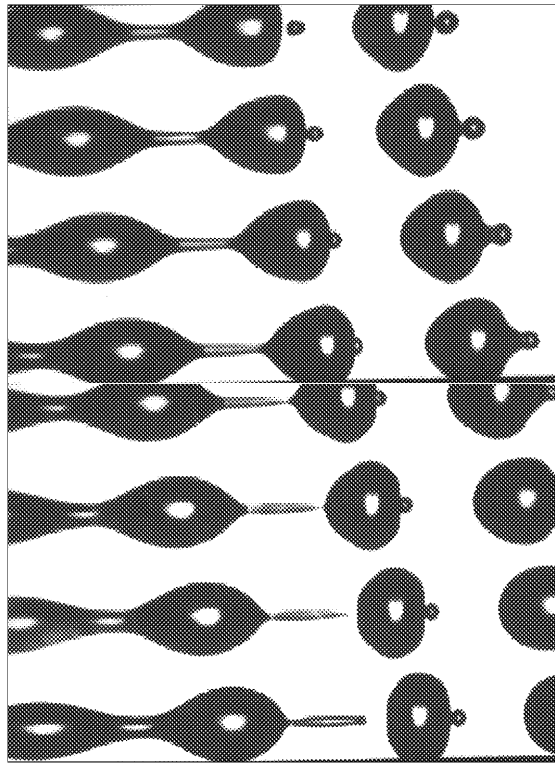
Aby uniknąć rozmycia rejestrowanego obrazu spowodowanego ewentualnymi zakłóceniami zewnętrznymi (drgania własne stanowiska badawczego, drgania powietrza itp.), w momencie rejestracji struga oświetlana była tylko jednym silnym i krótkim impulsem światła z diody świecącej. Szczegóły tej metody rejestracji znaleźć można w pracach [3, 42].

Zasadniczą zaletą metody jest jej duża prostota, możliwość interaktywnej obserwacji i stosunkowo duża rozdzielczość czasowa (w naszym przypadku rzędu $1\mu s$), ograniczona praktycznie jedynie powtarzalnością obserwowanego zjawiska. Ten ostatni fakt staje się jednocześnie główną wadą metody, uniemożliwiającą jej zastosowanie jeśli nie jest możliwa stabilna kontrola badanego zjawiska. W takich przypadkach, jak również dla kontroli momentu rozpadu strugi, który charakteryzuje pewna stochastyka, konieczne jest stosowanie jednej z niżej opisanych metod, pozwalających na rejestrację zmian w czasie dla zjawisk nieperiodycznych.

1.2.2 Metoda „Frame-Transfer“

Całkowicie nową techniką video, opracowaną specjalnie dla przeprowadzanych badań, jest metoda rejestracji typu „Frame-Transfer“ [34, 36]. Jako jedna z nielicznych pozwala ona na wykorzystanie kamery video jako rejestratora szybkich zjawisk¹.

¹Standardowa technika video ograniczona jest powtarzalnością obrazu wynoszącą $25Hz$ i jak dotychczas jedynie dzięki kosztownym zabiegom (kamera High-Speed f-my Kodak) możliwe jest zbliżenie się do granicy $6000Hz$



Rysunek 1.2: Rozpad strugi alkoholu zarejestrowany techniką „Frame-Transfer“. Interwał czasowy $19,5\mu s$, czas błysku LED $200ns$. Kolejność rejestracji obrazów od góry w dół, struga wypływa z lewej strony obrazu (kierunek grawitacji od lewej do prawej). Szerokość kadru odpowiada 2,2mm.

W metodzie tej wykorzystuje się charakterystyczne dla kamer CCD typu Frame-Transfer, pionowe przemieszczanie ładunków elektrycznych (a więc i obrazu generującego te ładunki), zachodzące w stosunkowo krótkim czasie (rzędu $100\mu s$) w przerwie między poszczególnymi pół-obrazami sygnału video. Rejestrując zjawisko właśnie w tym „nielegalnym“ dla standardu video przedziale czasu, można uzyskać sekwencję pasków, zawierających obrazy zmian czasowych rejestrowanego obiektu. Ponieważ całkowity czas T_{FT} przesuwu ładunku (frame transfer) jak i fizyczna wielkość obrazu (wielkość sensora CCD) H są dla danego procesu rejestracji wielkościami stałymi, czas obserwacji dt i pionowa rozdzielczość ΔH pojedynczego „paska“ obrazu są ze sobą powiązane prostą zależnością:

$$dt = T_{FT}/n, \quad \Delta H = H/n, \quad (1.2)$$

gdzie n jest liczbą rejestrowanych obrazów (pasków), na które zostają podzielone dwa półobrazy video.

Wybór kompromisu między szybkością (częstotliwością) kamery a pionową rozdzielczością (H/n) zależy od charakteru rejestrowanego obiektu. W praktyce, dla podłużnych obiektów jakimi są strugi cieczy, możliwa jest rejestracja ok. 30 obrazów z przedziałem czasowym ok.

$5\mu s$ ². Do badań wykorzystano specjalnie zaadoptowaną kamerę (TH7863 f-my Thomson), w której możliwa jest kontrola okresu rejestracji (czasu pionowego transferu ładunku). Pozwala to na dobranie częstotliwości rejestracji do charakterystycznego czasu zjawiska. Rys. 1.2 przedstawia proces rozpadu strugi zarejestrowany przy użyciu techniki "Frame-Transfer". Widoczne jest 8 faz tego procesu, które składają się na dwa pola obrazu standardu video. Dla zastosowanej kamery o macierzy $2 \times 288 \times 384$ elementów światłoczułych (pixli) rozdzielczość pionowa pojedynczego zdjęcia wynosi 72 a rozdzielczość pozioma 384 pixli. Szczegóły dotyczące metody, opis kamery i przykłady zastosowań zostały przedstawione w pracach [36, 41].

1.2.3 Metoda wielokrotnej ekspozycji

Metoda wielokrotnej ekspozycji do obserwacji szybkich zjawisk jest znana od czasów początków fotografii. Jednak dopiero zastosowanie techniki video i cyfrowej analizy obrazu czyni z tej metody wygodne narzędzie nie tylko jakościowej obserwacji, ale i dokładnej analizy rejestrowanych zjawisk.

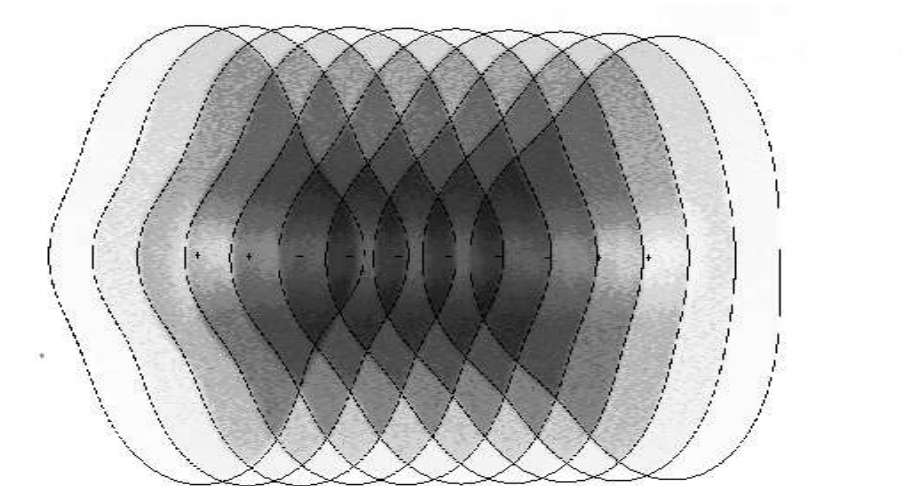
Podstawowe zalety rejestracji z użyciem kamery typu CCD to wysoka dynamika obrazu i liniowość charakterystyki rejestracji natężenia światła. Umożliwia to precyzyjną identyfikację wielokrotnie naświetlonych obrazów poprzez analizę różnic w cyfrowej wartości zaciemnienia, wykrywanie konturów obiektów i ich dokładną lokalizację w płaszczyźnie obrazu. Przykład rezultatów takiej analizy pokazuje rys. 1.3.

Dla obiektów o regularnych kształtach (np. krople) możliwe jest dodatkowe wykorzystanie logicznej analizy wykrytych punktów obrazu, celem ich odpowiedniego sklasyfikowania, czy i do którego obrazu należy je przypisać. Dla analizy oscylacji kropeł opracowano specjalnie w tym celu program komputerowy pozwalający na automatyczną identyfikację kropli i precyzyjny opis jej kształtu (przez dopasowanie funkcji opisującej kontur). Praktycznie dla standardowej 8-bitowej kamery 20-krotnie naświetlony obraz pozwala poprawnie zidentyfikować wszystkie dwadzieścia obrazów kropli [3, 35]. Dalsze zwiększenie liczby ekspozycji jest możliwe przy zastosowaniu kamer specjalnych o niskim poziomie szumów własnych.

Dzięki zastosowaniu diod półprzewodnikowych jako źródeł światła o wysokiej częstotliwości powtarzania (max. $1MHz$) i krótkim czasie błysku ($50ns-10\mu s$) metoda wielokrotnej ekspozycji umożliwia wysoką rozdzielczość czasową ($1\mu s$). Ograniczeniem metody jest skończona liczba (obecnie ok. 20) możliwych do zarejestrowania w jednej serii obrazów, jak i warunek, aby obserwowany obiekt poruszał się wystarczająco szybko względem kamery (poszczególne obrazy muszą być w płaszczyźnie obrazu przesunięte względem siebie). Pewnym rozwiązaniem dla obiektów poruszających się zbyt wolno jest kombinacja techniki wielokrotnej ekspozycji z techniką „Frame-Transfer”. Dzięki pionowemu ruchowi ładunków (obrazu) rejestrowany obiekt może być wtedy dodatkowo „przesuwany” w płaszczyźnie obrazu (por. [36], rys. 5).

æ

²Podczas badań drgań podłużnych pręta (lithoclast), gdzie pionowa rozdzielczość nie ma znaczenia, kamera umożliwiła rejestrację 150 obrazów z częstotliwością 1MHz (!)



Rysunek 1.3: Wielokrotna ekspozycja oscylującej kropli alkoholu o średnicy 0.21mm . Interwał czasowy $7,8\mu\text{s}$, czas błysku 200ns . Kontury kropli znalezione drogą komputerowej analizy obrazu.

2. Struga cieczy w momencie odrywania się kropli

Jednym z podstawowych sposobów dyspersji cieczy jest tworzenie się krolep wskutek rozpadu strugi lepkiej. Przy zaniedbaniu oddziaływania aerodynamicznego strugi z otoczeniem i dla powolnych przepływów rozpad strugi jest naturalnym efektem niestabilności cylindrycznej powierzchni ograniczającej ciecz. Problem rozpadu strugi był przedmiotem szeregu prace teoretycznych i eksperymentalnych w ciągu ostatnich 150 lat. Najstarsza i najprostsza interpretacja niestabilności strugi, podana przez Rayleigh'a [71], opiera się na stwierdzeniu, że dla osiowosymetrycznych zaburzeń powierzchni cylindrycznej istnieje długość fali kapilarnej o maksymalnym współczynniku wzmocnienia. Zaburzenie takie staje się w krótkim czasie dominującym i kiedy jego amplituda osiąga krytyczną wartość, struga rozpada się zgodnie z prostą regułą oddzielania się elementów cieczy między kolejnymi węzłami fali zaburzenia. W liniowym przybliżeniu [60], dla nieskończonego cylindra nielepkiej cieczy o promieniu r_j amplituda zaburzenia o maksymalnym współczynniku wzrostu rośnie jak

$$q_{max} = 0.97 \sqrt{\sigma / 8 \varrho r_j^3} \quad (2.1)$$

a długość fali zaburzenia wyraża się prostą zależnością geometryczną

$$\lambda_R = 9.02 \cdot r_j. \quad (2.2)$$

Opis Rayleigh'a tylko w przybliżeniu odpowiada rzeczywistemu zjawisku rozpadu strugi. Obecność lepkości tłumi niestabilność strugi i modyfikuje związek (2.2), a efekty nieliniowe powodują asymetrię amplitud deformacji powierzchni. Eksperyment wskazuje również, że rozerwanie strugi nie następuje symetrycznie między sąsiednimi maksimami deformacji, a powstałe po rozerwaniu włókno cieczy „nie nadąża“ z połączeniem się z nowo utworzoną kroplą i ulega ponownemu oderwaniu, dając początek dodatkowej małej kropli zwanej satelitą (por. rys. 1.2). W ostatnich latach zastosowanie metod perturbacyjnych wyższych rzędów pozwoliło na dość dokładny opis tych efektów [13, 14, 47].

Jednakże zastosowanie dostępnych obecnie metod analizy niestabilności powierzchni cieczy, czy też metod numerycznych [19], zawodzi całkowicie, gdy próbujemy modelować moment oderwania kropli od strugi. Można zauważyć, że objętość obszaru cieczy, w którym następuje przerwanie strugi, dąży do zera jak r^3 , podczas gdy siła napięcia powierzchniowego powodująca usuwanie cieczy z przewężenia zależy liniowo od r . Pojawiającą się tutaj matematyczną osobliwość charakteryzuje dążące do nieskończoności

przyspieszenie cieczy opuszczającej miejsce oderwania kropli. Trudności matematycznego opisu momentu oderwania zostały zauważone przez Kellera [46], który sugerował możliwość istnienia rozwiązań samopodobnych. Tego typu rozwiązanie zostało ostatnio podane przez Eggersa [23], który zaproponował skalowanie długości i czasu w pobliżu osobliwości rozpadu poprzez fizyczne własności cieczy w następujący sposób:

$$l_\nu = \frac{\varrho \nu^2}{\sigma} \quad (2.3)$$

$$t_\nu = \frac{\nu^3 \varrho^2}{\sigma^2} \quad (2.4)$$

Gdy zbliżamy się do punktu przerwania strugi zarówno w czasie ($t \rightarrow 0$) jak i w przestrzeni ($z \rightarrow 0$) promień kolumny cieczy zdąża do zera. Poszukując w pobliżu tego punktu asymptotycznej postaci równań ruchu cały problem daje się sprowadzić do znalezienia rozwiązania układu dwóch równań różniczkowych zwyczajnych dla bezwymiarowych funkcji $\phi(\xi)$ i $\psi(\xi)$:

$$\psi/2 + \xi\psi'/2 + \psi\psi' = \phi'/\phi^2 + 3\psi'' + 6\psi'\phi'/\phi \quad (2.5)$$

$$\phi' = \phi^{\frac{1-\psi'/2}{\psi+\xi/2}} \quad (2.6)$$

Bezwymiarowa zmienna ξ , charakteryzująca „odległość“ od punktu przerwania strugi (t_o, z_o), zdefiniowana jest jako:

$$\xi = \frac{(z - z_o)}{l_\nu} \sqrt{t_\nu/(t_o - t)} \quad (2.7)$$

Kształt powierzchni strugi $y(\xi)$ i jej prędkość dają się przedstawić w prosty sposób jako:

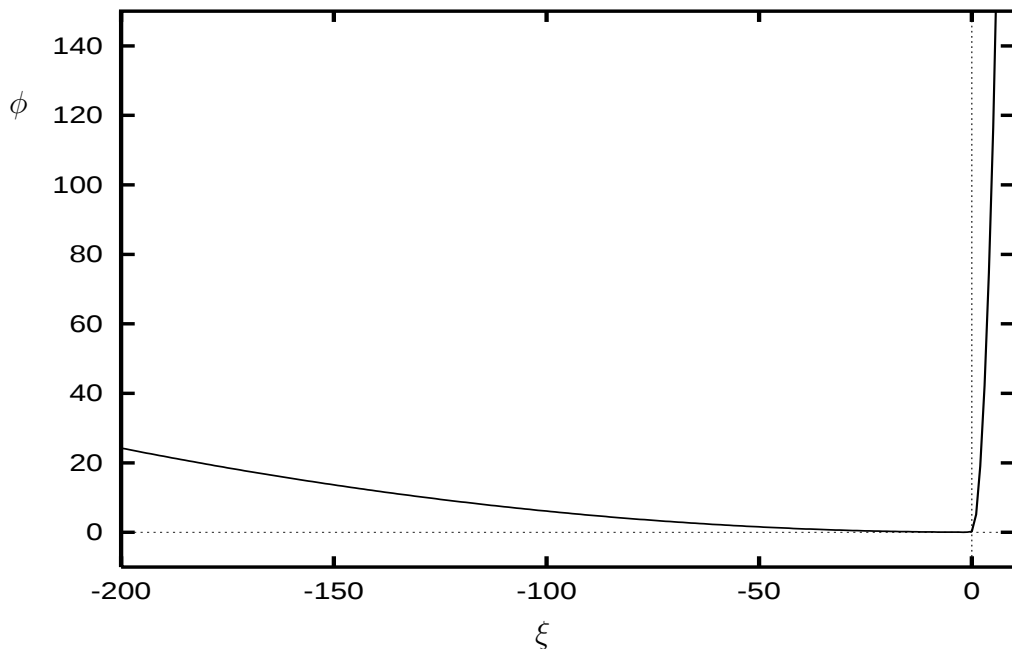
$$y(z, t) = l_\nu(t_o - t)/t_\nu \phi(\xi) \quad (2.8)$$

$$v(z, t) = l_\nu/t_\nu \sqrt{t_\nu/(t_o - t)} \psi(\xi) \quad (2.9)$$

Tak więc dla różnych cieczy kształt (i odpowiednio prędkość) strugi w momencie odrywania kropli opisuje jedna i ta sama funkcja ϕ (lub ψ dla prędkości), różniąca się jedynie współczynnikiem skali wyznaczonym przez l_ν i t_ν .

Przebieg funkcji kształtu powierzchni $\phi(\xi)$, będącej rozwiązaniem układu równań (2.6), pokazany jest na rys.2.1.

Ponieważ geometria samego końca strugi cieczy w sąsiedztwie punktu osobliwego nie wchodzi do układu opisującego asymptotykę rozerwania, można sobie wyobrazić, że w momencie oderwania kropli dominującą rolę mają pewne „uniwersalne“ mechanizmy, niezależne od poprzedniej historii i geometrii strugi jako całości. Na pytanie, czy są to jeszcze mechanizmy hydrodynamiczne, czy też zbliżamy się do mikroskopowego opisu, gdzie efekty molekularne czy też niestabilności termiczne zaczynają odgrywać decydującą rolę, nie możemy na razie jednoznacznie odpowiedzieć. Niewielka liczba danych eksperymentalnych jak i niedoskonałość aparatu matematycznego utrudnia uzyskanie pełnego opisu tego zjawiska.



Rysunek 2.1: Bezwymiarowa funkcja $\phi(\xi)$ przedstawiająca asymptotyczny kształt powierzchni strugi w pobliżu punktu (i czasu) oderwania kropli.

Aktualność tematyki, jak i jej praktyczne znaczenie, skłoniło nas do przeprowadzenia serii eksperymentów celem bliższego przyjrzenia się procesowi odrywania kropli. Wyniki tych obserwacji podsumowane zostały w niniejszym rozdziale i porównane z oczekiwaniami asymptotycznego modelu Eggersa.

2.1 Obserwacje eksperymentalne

2.1.1 Stanowisko pomiarowe i ciecze

Stanowisko pomiarowe przedstawione w poprzednim rozdziale było wykorzystane do badań strug wody, alkoholu etylowego¹ oraz ich roztworów z gliceryną, wypływających do otaczającego je powietrza pod normalnym ciśnieniem a także dla pomiarów przeprowadzonych dla strugi oleju wypływającego do zamkniętego zbiornika zawierającego powietrze pod obniżonym ciśnieniem ($100Pa$).

Dwie opisane poprzednio metody rejestracji, metoda stroboskopowo-fazowa i metoda „Frame-Transfer“ zostały wykorzystane do analizy procesu rozpadu strugi. Pomiarzy wykonane pierwszą metodą cechuje wyższa rozdzielczość obrazu, szczególnie w kierunku pionowym. Wykonane tą metodą pomiary cechuje dokładność ok. $0,7 - 1\mu m$, co umożliwia zebranie dokładnych danych dotyczących średnicy strugi przed oderwaniem kropli. Ze względu na charakter metody drobne fluktuacje prędkości strugi mogą wpływać na trudne do oszacowania niedokładności w ocenie czasu, co staje się szczególnie krytyczne w chwili zbliżania się do punktu oderwania. Dlatego, celem weryfikacji oceny prędkości cofającego

¹We wszystkich opisanych w tej pracy eksperymentach stosowany alkohol to 97% alkohol etylowy

Ciecz	skład	ν	σ	ϱ	l_ν	t_ν	v_ν
		$[mm^2/s]$	$[mN/m]$	$[kg/m^3]$	$[\mu m]$	$[\mu s]$	$[m/s]$
Woda	W	1,0	72,6	1000	0,014	0,0002	72,7
Alkohol	A	1,48	22,5	803	0,036	0,001	28,01
MIX D	G-W	11,24	65,6	1161	2,23	0,44	5,03
MIX E	G-A	43,6	30,5	1081	71,8	114,5	0,63
MIX G	G-W	46,0	65,8	1209	38,8	32,7	1,18
GLY1	G-W	120	64,0	1220	274,5	627,9	0,44
GLY2	G-W	180	64,0	1230	622,7	2154	0,29
GLY3	G-W	320	63,8	1260	2022	12780	0,16
G29	Olej	128	31,1	870	458,3	1641	0,28

Tablica 2.1: Zestawienie cieczy stosowanych w doświadczeniach i ich zmierzone własności fizyczne. Oznaczenia: A- alkohol etylowy, W- woda, G- gliceryna wskazują skład stosowanych roztworów. l_ν , t_ν i v_ν - czas, długość i prędkość skalująca wg. modelu Eggersa.

się elementu strugi po oderwaniu się kropli, przeprowadzono szereg pomiarów metodą „Frame-Transfer“. Obrazy uzyskane tą metodą pozwalają również lepiej ocenić pojawianie się drobnych zaburzeń na mikro-strudze przed i po jej oderwaniu.

Celem zbadania wpływu własności cieczy (głównie lepkości) na proces rozrywania strugi, pomiary wykonano dla szeregu roztworów wody, gliceryny i alkoholu etylowego. Pozwoliło to na pokrycie zakresu lepkości kinematycznej od 10^{-6} do $3,2 \cdot 10^{-4} m^2/s$.

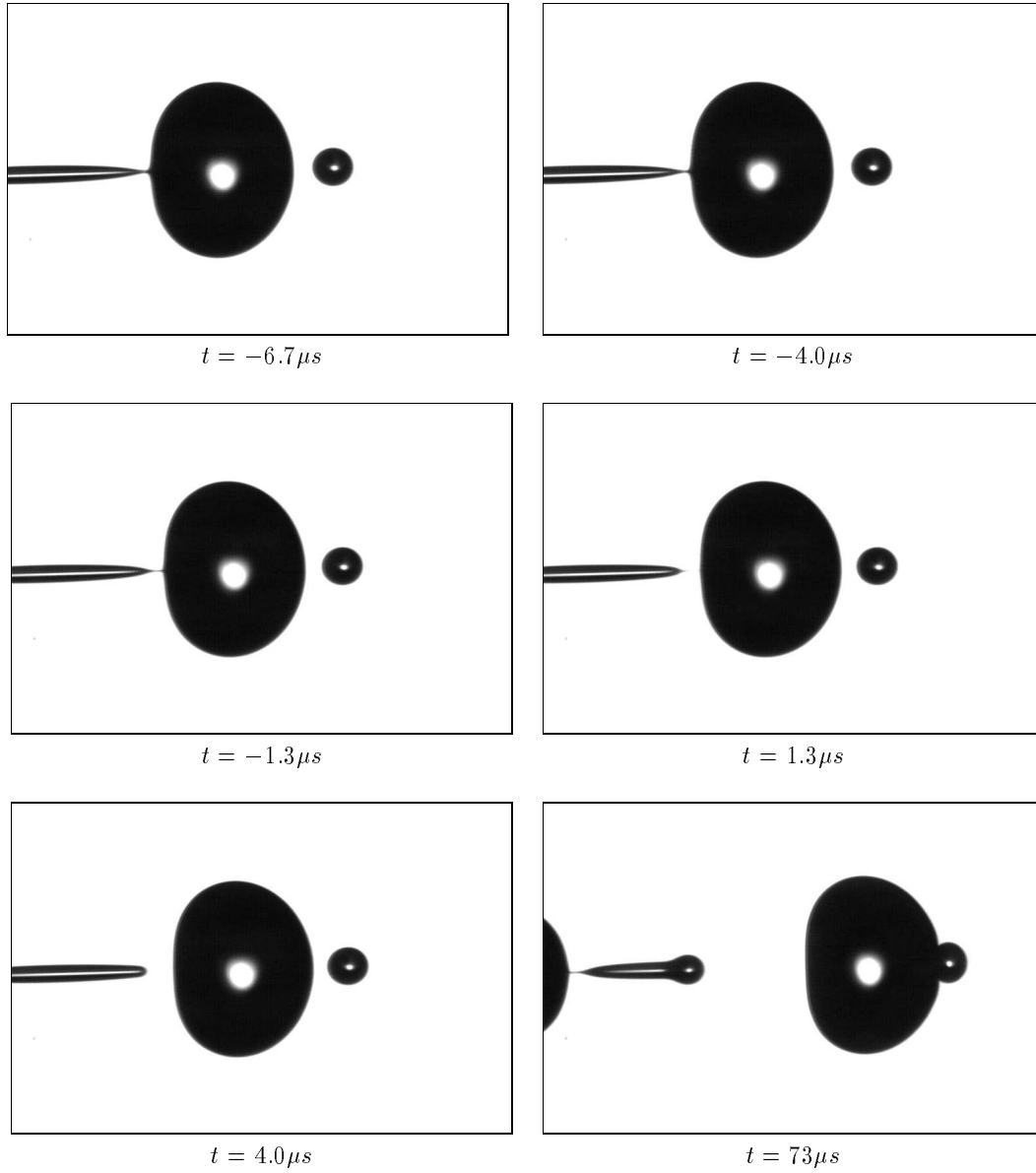
Dla zbadania wpływu otaczającego gazu przeprowadzono pomiary porównawcze dla zbiornika wypełnionego powietrzem pod normalnym ciśnieniem, jak i pod ciśnieniem $100Pa$. Dla wykluczenia efektów parowania jako cieczy roboczej użyto oleju (Shell G29).

Większość badań ograniczono do strug o średnicach w zakresie $75-500\mu m$. W kilku seriach pomiarów dla cieczy o dużej lepkości rozszerzono badania na strugi o wyraźnie większej średnicy ($1,6-1,8mm$). Podstawowe charakterystyki stosowanych cieczy jak i typowe wartości charakterystycznych wielkości bezwymiarowych zostały zebrane w tablicy 2.1.

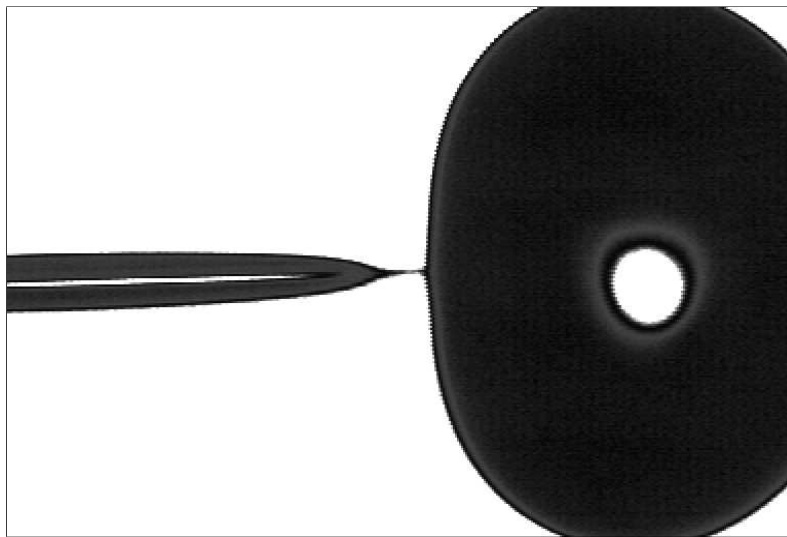
Przy analizie zachowania się strugi najbardziej istotnymi wielkościami bezwymiarowymi są proponowany przez Eggersa (2.3,2.4) charakterystyczny czas t_ν i długość l_ν . Jak można zauważyć na podstawie tablicy, dla badanych cieczy parametry te zmieniają się o kilka rzędów wielkości, od niemierzalnych wartości dla cieczy o małej lepkości (woda) do wartości nawet rzędu milimetra i milisekundy dla gliceryny. Dla porównania długość kapilarna ($\sqrt{\sigma/\varrho g}$) pojawiająca się przy modelowaniu tworzenia się strugi, jest wielkością o znacznie węższym zakresie zmienności ($1,5 - 3mm$).

2.1.2 Rezultaty pomiarów

Celem zbadania asymptotycznej postaci powierzchni strugi w momencie odrywania się kropli pomiary przeprowadzono dla cieczy w szerokim zakresie lepkości. Rys. 2.2 przeds-



Rysunek 2.2: Proces odrywania się kropli obserwowany dla strugi o promieniu $r_j = 98,5 \mu m$. Czas podany w stosunku do momentu przerwania się strugi. Ciecz o stosunkowo małej lepkości (MIXD). Rzeczywista szerokość kadru zdjęcia wynosi $1 mm$



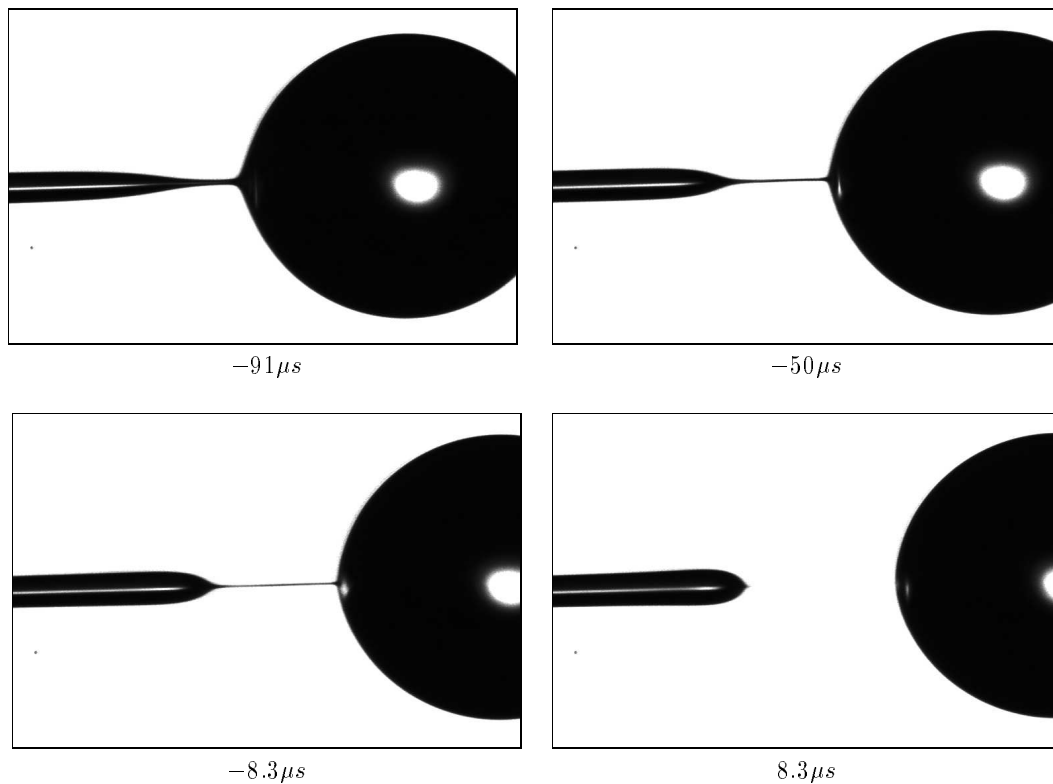
Rysunek 2.3: Powiększenie obszaru tworzenia się kropli ($1,3\mu s$ przed oderwaniem) dla układu cieczy z rys. 2.2. Widoczne jest tworzenie się krótkiej mikro-strugi. Szerokość kadru odpowiada $0,5mm$.

tawia przykład sekwencji rozwoju kształtu strugi, obserwowanej dla cieczy o stosunkowo małej lepkości (MIXD). Kilkanaście milisekund przed oderwaniem się kropli zakończenie strugi ulega zaostreniu, przybierając kształt stożka. Na krótko przed samym przerwaniem się połączenia pojawia się cienka mikro-struga, będąca przedłużeniem strugi właściwej. Można to lepiej zauważyć na obrazie powiększonym (rys. 2.3). Minimalna średnica tej mikro kolumny cieczy w momencie odrywania ma wymiar rzędu rozdzielczości optycznej układu, tzn. ok. $1\mu m^2$. Punkt przerwania się mikro-strugi jest odległy około $3 - 5\mu m$ od powierzchni kropli. Po przerwaniu się połączenia struga-kropla, następuje szybkie cofanie się pozostałej części strugi. Jest to spowodowane napięciem powierzchniowym, które przy dużej krzywiznie zakończenia strugi powoduje jej gwałtowne przyspieszenie w kierunku dyszy wypływowej. Narastanie zaburzeń powierzchni strugi powoduje, że cofająca się ciecz nie ma możliwości powrotu do głównej strugi i tworzy dodatkową kroplę (satelitę). Jak to można zauważyć na ostatnim zdjęciu (rys. 2.2 $t = 73\mu s$), przebieg procesu oderwania się satelity wykazuje daleko idące podobieństwo do odrywania się kropli głównej. Również analogiczne są zmierzone wymiarowe charakterystyki tego procesu (długość i średnica mikrostrugi, jej szybkość cofania się).

Wartości prędkości cofania się dla makro i mikro zakończenia strugi (odpowiednio V_{z1}, V_{z2}) oraz zmiany w czasie przewężenia strugi (minimum średnicy d_{min}), jego położenia oraz długości mikro-strugi³ L były podstawowymi parametrami, które zostały określone dla przebadanych cieczy. Wymiarowe wartości tych wielkości zmieniają się w dość znacznych granicach w zależności od lepkości cieczy. I tak na kolejnych sekwencjach zdjęć (rys. 2.4-2.7), wykonanych dla cieczy o coraz wyższych lepkościach, możemy już wyraźnie

²Trudno w tym momencie ocenić, czy ma miejsce dalsza degradacja tej średnicy, zanim nastąpi pełne przerwanie połączenia kropla-struga. Jednak opisane dalej pomiary dla cieczy o większej lepkości zdają się potwierdzać, że jest to graniczna średnica tej mikro-kolumny cieczy.

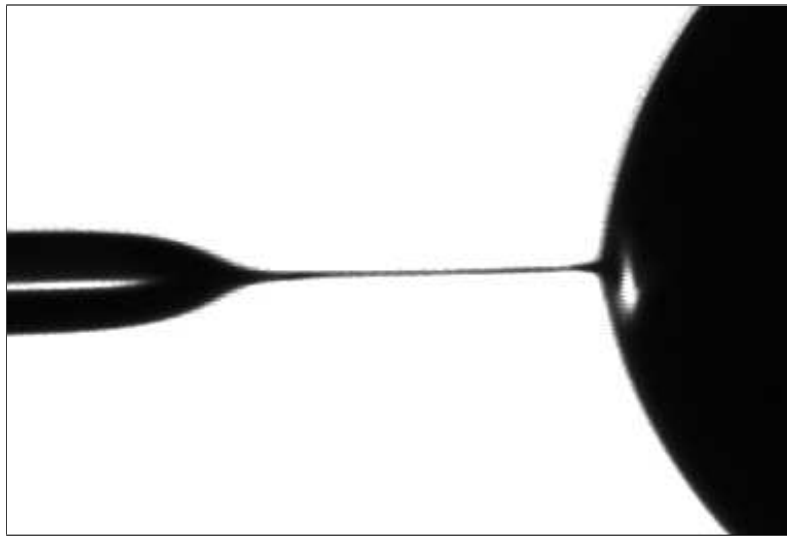
³zdefiniowana jako odległość końca stożka makro-strugi do brzegu kropli.



Rysunek 2.4: Proces odrywania się kropli dla cieczy o podwyższonej lepkości (MIXE). Promień strugi $r_j = 140\mu m$. Czas podany w stosunku do momentu przerywania się strugi. Szerokość kadru zdjęcia odpowiada $1mm$.

zauważyć, że obszar przewężenia strugi przed jej oderwaniem L_{max} ulega znacznemu przedłużeniu. Mamy obecnie wyraźnie widoczną cienką „nitkę“ cieczy, łączącą pozostałość „rozciągniętej“ strugi z utworzoną kroplą. Średnica tej „nitki“ nie przekracza kilku mikrometrów.

Śledząc poszczególne sekwencje procesu oderwania kropli możemy zauważyć, że przebiega on wyraźnie w dwóch etapach. Najpierw, w pobliżu przyszłej kropli tworzącej się na końcu strugi pojawia się pierwsze zaburzenie powierzchni, polegające na przewężeniu strugi. Ta część strugi, dalej nazywana makro-strugą, jest widoczna na większości zdjęć w postaci stożkowo kończącego się cylindra. Średnica makro-strugi zależy od wymiaru strugi właściwej i jest stosunkowo duża ($0,1 - 0,5mm$). Między makro-strugą a kroplą powstaje kolejne przewężenie. Napięcie powierzchniowe powoduje tam wzrost ciśnienia wywołujący odpływ cieczy z tego obszaru w obu kierunkach i w konsekwencji dalsze pogłębianie się przewężenia. W krótkim czasie tworzy się wydłużona, cylindryczna mikro-struga, która łączy pozostałą makro-strugę z kroplą. W pewnej chwili, kiedy średnica tej mikro-strugi spadnie do kilku mikrometrów, dalszy przepływ lepkiej cieczy wewnątrz niej staje się znacznie utrudniony. Następuje wtedy „wyciąganie“ tego obszaru przez cofającą się pozostałą część strugi i oddalającą się ze stałą prędkością kroplą. Obserwowany przyrost długości mikro-strugi ma charakter zbliżony do liniowego. Ilustruje to rys. 2.8 przedstawiający długość mikro-strugi zmierzoną na podstawie kilku serii obserwacji.

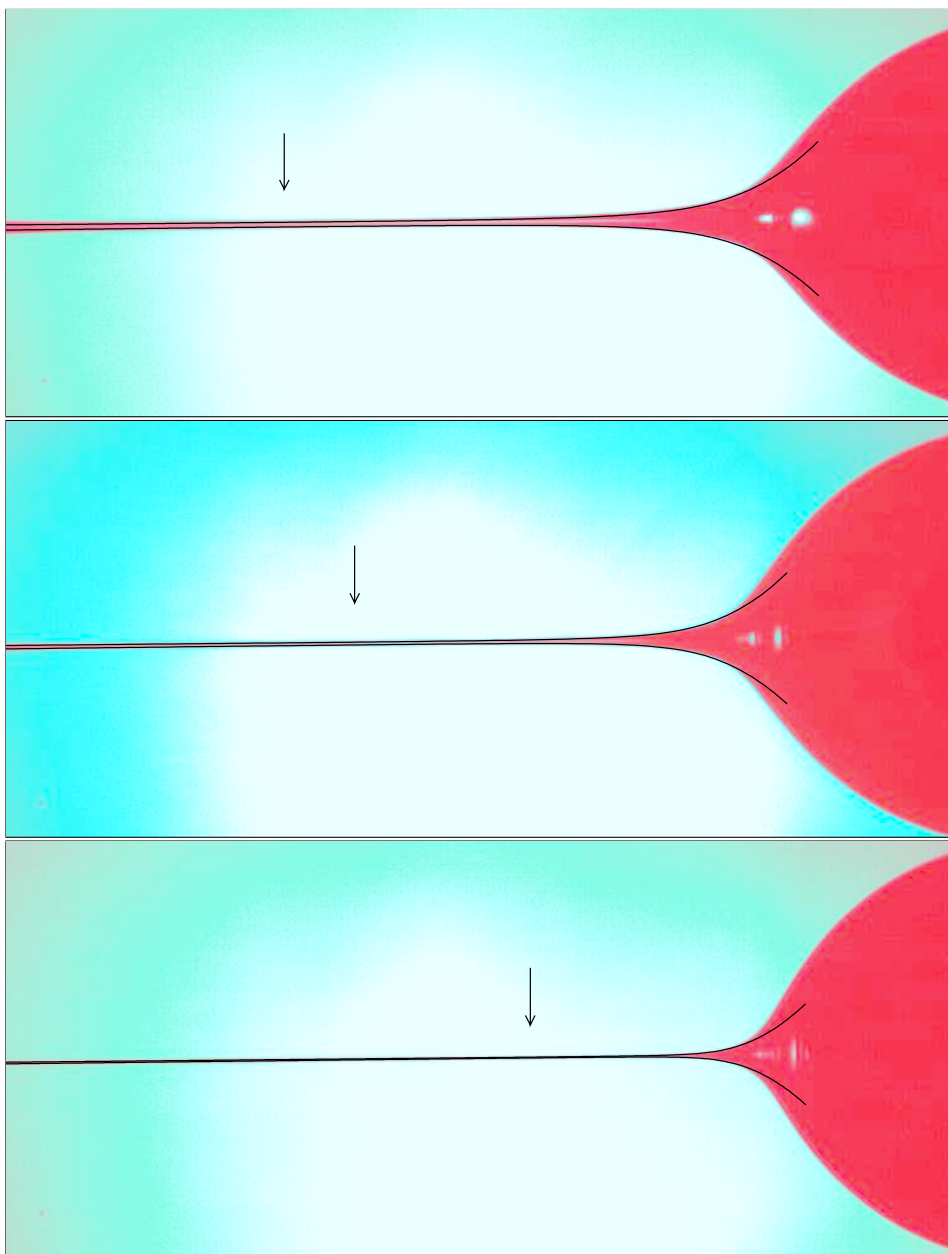


Rysunek 2.5: Powiększenie obszaru tworzenia się kropli ($16,6\mu s$ przed oderwaniem) dla układu cieczy z rys. 2.4. Wyraźnie widoczna długa mikro-struga łącząca kroplę z makro-strugą. Szerokość kadru odpowiada $0,5mm$.

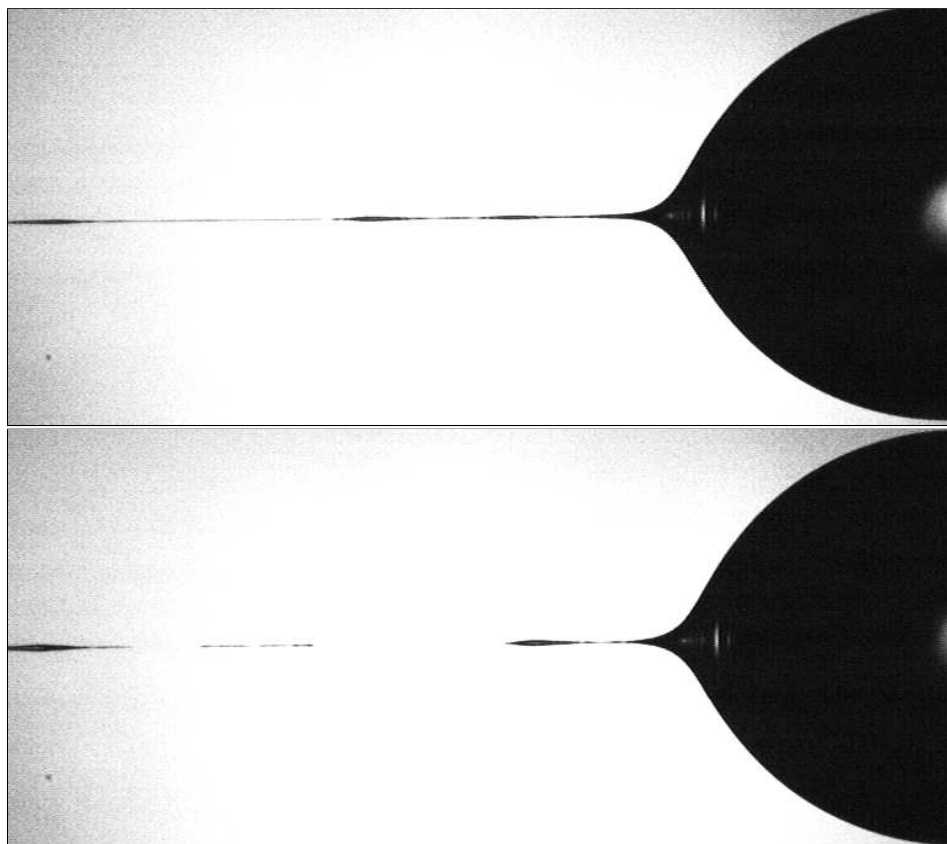
Proces ten możemy dokładnie prześledzić na wykonanej techniką „Frame-Transfer“ sekwencji zdjęć pokazanej na rys. 2.9. Zarejestrowany jest przebieg procesu oderwania dla czasu rzeczywistego tzn., że w przeciwieństwie do poprzednich zdjęć wykonanych techniką stroboskopową, otrzymany obraz odpowiada sekwencji dla fizycznie tej samej strugi. Zasadniczo nie ma wyraźnych różnic między obrazami uzyskanymi obydwoma metodami rejestracji, co wskazuje na wysoką powtarzalność obserwowanych zjawisk. Dopiero samo rozerwanie się „nitki“ strugi staje się procesem raczej przypadkowym. Na rys. 2.9 widać również wyraźnie jak tuż przed rozerwaniem strugi pojawiają się mikro zaburzenia powierzchni tej nitki cieczy. Mają one charakter podobny do typowej fali kapilarnej Rayleigh’a dla kolumny cieczy. Wydaje się więc, że o końcowym procesie oderwania kropli decyduje niestabilność wydłużonej kolumny cieczy. Podobnie jak dla strugi głównej, w miejscach węzłów fali kapilarnej powstaje jedno lub wiele przerwań (por. rys. 2.7), a odrywające się mikro-fragmenty cieczy stają się źródłem mikro-satelitów, tzn. kropeł wtórnych o średnicach rzędu mikrometrów.

Obserwacje przeprowadzone obecnie wskazują, że ostatnia faza procesu odrywania się kropli jest związana z powstaniem „nitkowej“ struktury wiążącej kroplę z główną częścią strugi. Długość tej „nitki“ jest funkcją lepkości cieczy. Jest to nowy element procesu odrywania kropli, nie zauważalny przy małej rozdzielczości układu optycznego. Należy tutaj podkreślić, że w większości publikowanych dotychczas obserwacji rozrywania się strugi [14, 29], ta „nitkowa“ struktura była całkowicie niezauważalna z przyczyn czysto optycznych. Tylko mikroskopowe zdjęcia z niewielkiej odległości pozwoliły na zidentyfikowanie tego dodatkowego elementu procesu rozrywania⁴. Dla małej lepkości cieczy mikro-

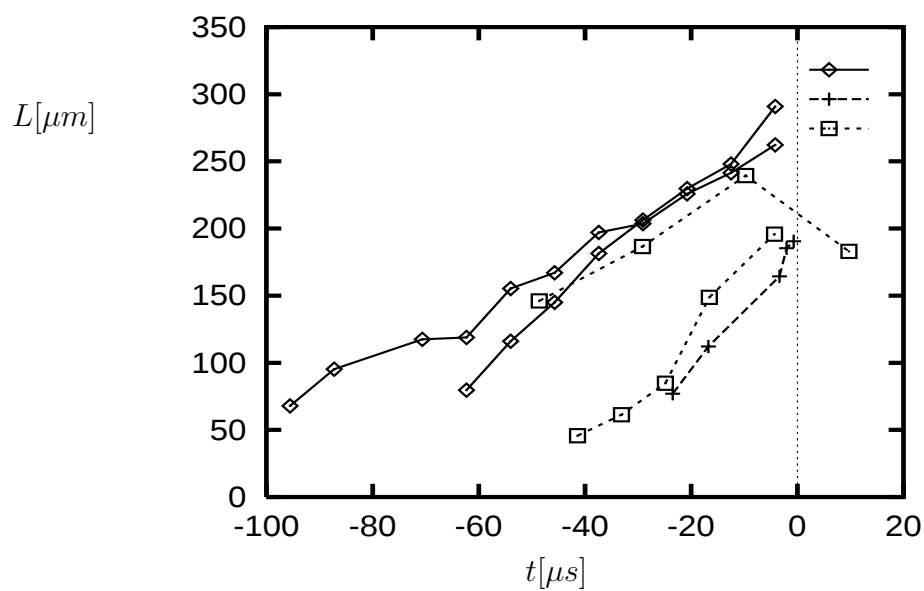
⁴W związku z tym należy odróżnić od obecnych publikowane często wartości prędkości cofania się strugi i jej średnicy, gdyż dotyczyły one na ogół dobrze widocznej pozostałości wydłużonej strugi (oznaczonej tutaj jako V_{z1}). Z tego samego powodu sam moment oderwania ma miejsce nieco później, niż mogłoby się to wydawać przy obserwacji strugi z mniejszym powiększeniem.



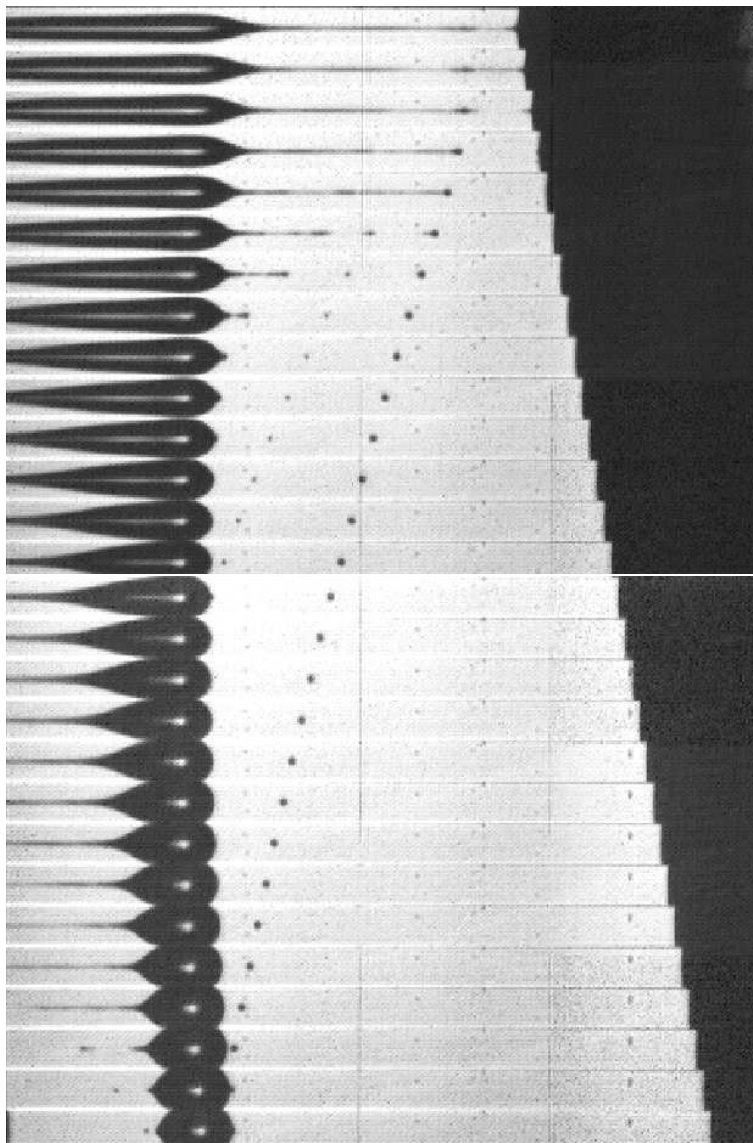
Rysunek 2.6: Proces odrywania się kropli od strugi o promieniu $r_j = 195\mu m$ dla cieczy o dużej lepkości (GLY3). Linia ciągła - krzywa kształtu powierzchni obliczona wg. (2.8). Strzałka wskazuje na położenie minimum funkcji. Czas (od góry) w stosunku do momentu oderwania kolejno: $-1053\mu s$, $-614,6\mu s$ i $-175,6\mu s$. Szerokość kadru odpowiada $2mm$.



Rysunek 2.7: Kontynuacja rys.2.6. Mikro-struga w chwili przerwania i $44\mu s$ później.



Rysunek 2.8: Długość mikro-strugi L w funkcji czasu mierzonego w odniesieniu do chwili oderwania kropli. Pomiar dla: $\diamond$ - ciecz MIXE $r_j = 140\mu m$, $+$ - MIXG, $r_j = 37,5\mu m$, $\square$ - MIXG, $r_j = 98,5\mu m$.



Rysunek 2.9: Proces odrywania się kropli od strugi o promieniu $r_j = 250\mu m$; tworzenie się mikro-satelitów. Ciecz o podwyższonej lepkości (MIXG), interwał czasowy $5,5\mu s$. Szerokość kadru zdjęcia odpowiada $1,1mm$. Sekwencja zdjęć wykonana techniką „Frame-Transfer“.

struga jest jedynie małym przewężeniem (por. rys. 2.3), którego długość nie zezwala na powstanie fali kapilarnej. Ze wzrostem lepkości odpływ cieczy z powstałego przewężenia jest silniej tłumiony i proces „wyciągania“ strugi przebiega relatywnie długo. Rozmiary utworzonej nitkowej mikro-strugi osiągają wtedy do kilkuset jej średnic, a jej rozpad może nastąpić równocześnie w wielu punktach. Powoduje to utworzenie mikro-satelitów. Pozostała makroskopowa część strugi, zależnie od charakteru podstawowego zaburzenia generowanego w dyszy wypływowej, staje się podobnie jak dla cieczy o małej lepkości źródłem stosunkowo dużych kropeł wtórnych, tzn. właściwych satelitów.

Podsumowując rezultaty badań zebrano w tablicy 2.2 zmierzone wielkości charak-

Ciecz	r_j	Δt	L_{max}	L_{max}/l_ν	d_{min}	V_{z1}	V_{z2}	V_j
	$[\mu m]$	$[\mu s]$	$[\mu m]$	—	$[\mu m]$	$[m/s]$	$[m/s]$	$[m/s]$
W_{FT}	48	5,5	< 1	-	< 1	-	6,5	1,9
A	98,5	1,6	< 1	-	< 1	-	10,0	5,6
MIXD	98,5	2,66	45	20,1	0,7	2,4	4,9	2,9
MIXE	140	8,3	394	5,48	0,7	2,3	24	2,1
MIXG	37,5	1,34	220	5,67	< 1.2	6	30	5,3
$MIXG_{FT}$	37,5	5,55	220	5,67	-	4,5	25	4,5
MIXG	98,5	8,28	250	6,44	0,7	2,1	10,6	1,91
$MIXG_{FT}$	98,5	5,55	380	9,8	-	3,4	8,8	3,4
$MIXG_{FT}$	190	19,45	400	10,3	-	2,3	5,5	1,7
$MIXG_{FT}$	250	5,55	380	9,8	-	2,0	5,0	1,9
$MIXG_{FT}$	650	19,45	250	6,44	-	0,3	8,0	0,33
MIXG	650	-	350	9,02	0,7	-	-	0,95
GLY1	195	15,1	860	3,13	0,7	1,0	4,0	0,65
GLY2	900	137	1420	2,28	0,7	1,6	4,3	1,92
GLY3	195	10,97	1750	0,86	0,7	-	-	1,4
$GLY3_{FT}$	195	5,5	1800	0,89	-	-	13,0	1,2

Tablica 2.2: Typowe wielkości charakterystyczne obserwowane w chwili Δt przed (po) oderwaniu się kropli: maksymalna długość mikro-strugi (L_{max}), minimalna średnica (d_{min}), prędkości cofania się makro- i mikro-strugi (V_{z1} i V_{z2}). Serie pomiarów z indeksem FT zostały wykonane techniką „Frame-Transfer“.

terystyczne obszaru oderwania. Podany czas mierzony jest w stosunku do chwili przzerwania strugi. Interwał czasowy (okres) rejestracji Δt wyznacza moment pomiaru jak i dokładność określenia chwili oderwania kropli, a tym samym dokładność podanych wartości maksimum długości i prędkości. Prędkości cofania się strugi odnoszą się do układu odniesienia poruszającego się ze strugą (kroplą). W związku z tym w pierwszej kolejności wyznaczono prędkość translacyjną układu struga-kropla⁵. Dla cieczy lepkich podano dwie wartości prędkości cofania się strugi, V_{z1} dla makroskopowo dobrze widocznej głównej części rozciągniętej strugi (zwanej makro-strugą), oraz V_{z2} dla jej nitkowego zakończenia (nazwanego mikro-strugą). Dla małych lepkości nie ma praktycznie możliwości dokładnego odseparowania końca makroskopowej strugi od jej „nitkowego“ zakończenia, wobec tego została podana tylko jedna wartość prędkości.

Analizując rezultaty zebrane w tej tablicy można zauważyć omawianą już wyżej silną zależność maksymalnej długości mikro-strugi (L_{max}) od lepkości cieczy. Wartość jej zmienia się w przeprowadzonych eksperymentach o trzy rzędy wielkości od mikrometrów dla mniej lepkich cieczy, do milimetrów dla bardzo lepkiego roztworu gliceryny (GLY3). W pr-

⁵W tym celu dla sekwencji zdjęć z dobrze widoczną kroplą, określono jej geometryczny środek masy (metodą z rozdziału 4), i prędkość przemieszczania tego punktu przyjęto jako wielkość odniesienia. Małe wymiary strugi jak i krótki czas jej obserwacji pozwalają przyjąć, że prędkość ta jest stała dla danej serii zdjęć.

zeciwiństwie do długości mikro-strugi, zależność prędkości cofania się strugi od lepkości cieczy jest znacznie mniej wyraźna. Zmierzone wartości tej prędkości utrzymują się w podobnym zakresie kilku do kilkunastu m/s , wykazując jednak dość znaczny rozrzut trudny do usystematyzowania na podstawie parametów cieczy czy strugi. Niewątpliwie takie parametry strugi, jak jej średnica i prędkość wypływu mogą być powodem modyfikacji mierzonej prędkości końca cofającej się strugi. Na przykład, dla układu MIXG możemy zauważyć kilkakrotny wzrost prędkości cofania się strugi dla wypływu z dyszy o małej średnicy ($75\mu m$). Ponieważ wielkość tworzących się kropeł i odległość między nimi maleje z średnicą dyszy (por. równ. (2.2)), obserwowany proces odrywania dla małych średnic strugi różni się od pozostałych przypadków. Tworząca się mikro-struga osiąga tutaj długość porównywalną z odległością między sąsiednimi maksimami zaburzenia powierzchni. Moment przerywania rozpoczyna się więc praktycznie symetrycznie z obu stron, co zmienia obraz procesu w porównaniu z obserwowanym dla strug o większej średnicy. Dla stwierdzenia, czy otaczający strugę gaz może mieć wpływ na proces rozrywania, wykonano również badania porównawcze dla strugi oleju (układ G29) w powietrzu pod ciśnieniem $100kPa$ i $100Pa$. Nie zauważono praktycznie żadnego wpływu tej zmiany zewnętrznego ciśnienia na prędkość cofania się strugi jak i na sam proces zrywania. Zarówno w gazie rozrzedzonym jak i pod normalnym ciśnieniem „nitka” strugi wykazywała podobną kapilarną niestabilność prowadzącą do powstania jednego lub wielu punktów przerwania i tworzenia się mikrosatelitów. Analizując zdjęcia wykonane techniką „Frame-Transfer” (np. rys.2.9) możemy zauważyć jeszcze jedna uderzającą prawidłowość procesu odrywania kropli. W układzie nieruchomego obserwatora, jakim jest kamera, prędkość cofania się pozostałości makro strugi (V_{z1}) jest przez dłuższy okres czasu obserwacji bliska zeru. Oznacza to, że jej bezwzględna wartość jest stała i zbliżona do prędkości translacyjnej układu (prędkości wypływu strugi V_j). Trudno znaleźć „ad hoc” wytłumaczenie tej zaskakującej korelacji obu prędkości, obserwowanej dla stosunkowo szerokiego zakresu zmian parametrów eksperymentu.

Porównując rezultaty badań z istniejącymi w literaturze obserwacjami rozpadu kropeł możemy znaleźć duże podobieństwo procesu tworzenia się mikro-strugi do obserwacji Stone’a [77, 80] dla kropeł zawieszonych w niemieszającej się cieczy i rozciąganych w hiperbolicznym polu prędkości wytworzonym między czterema obracającymi się wałcami. Mimo podobieństwa geometrycznego istnieje tu jednak istotna różnica w warunkach brzegowych w porównaniu z kroplą w ośrodku dynamicznie nieaktywnym jakim jest gaz. Przy odrywaniu kropli od strugi cały proces kierowany jest wyłącznie dynamiką układu struga-kropla, podczas gdy rozrywanie kropli w innej cieczy jest w większości procesem statycznym sterowanym wielkością naprężeń lepkich na granicy faz. Z tego też względu mimo dużego podobieństwa obu procesów, trudno o znalezienie wspólnej klasyfikacji obserwowanych kształtów.

Dla lepkiej cieczy wydłużone fragmenty strugi łączące tworzące się krople wykazują pewną analogię do obserwacji rozpadu cieczy nie-newtonowskich. W swojej monografii Yarin [90] wskazał, że dla strugi wodnego roztworu polimeru proces rozpadu na krople jest poprzedzony charakterystycznym znacznym wydłużeniem fragmentu strugi łączącego tworzące się krople. W świetle obecnych badań wydaje się, że również dla cieczy newtonowskich możliwe jest tworzenie się charakterystycznego sznura kropeł, jeśli tylko lepkość cieczy jest wystarczająco duża, by zapobiec przedwczesnemu rozerwaniu strugi. Brak mikrosko-

powych obserwacji samego procesu odrywania dla cieczy nie-newtonowskich nie pozwala stwierdzić czy również tutaj proces odrywania kropli przechodzi przez fazę tworzenia nitkowych fragmentów mikro-strugi.

Należy również zauważyć, że obserwowana w niniejszych badaniach pionowo wypływająca struga w krótkim czasie tworzy praktycznie swobodnie spadający układ struga-kropla. Z dużym przybliżeniem można więc przyjąć, że zaniedbując wpływ otaczającego gazu, układ ten nie jest poddany żadnym zewnętrznym oddziaływaniom, znajdując się praktycznie w stanie „nieważkości“. Zachowanie się strugi tworzonej w takim układzie odniesienia różni się zasadniczo od spotykanego często w literaturze układu „kropli kapiącej z kranu“ [66, 76], gdzie mamy do czynienia z przyspieszaniem początkowo nieruchomej kropli, tworzącej się na niestabilnej powierzchni otworu wypływowego. Ta przyspieszająca kropla w sposób naturalny „wyciąga“ łączącą ją z otworem kolumnę cieczy. Proces taki, dodatkowo wspomagany mechanicznie, jest zresztą powszechnie wykorzystywany w przemyśle włókien sztucznych oraz przy produkcji światłowodów.

2.2 Porównanie z modelem teoretycznym

Przedstawione powyżej rezultaty badań wskazują, że istotnym parametrem modyfikującym proces rozpadu strugi jest lepkość cieczy. Oczywiście, również napięcie powierzchniowe, gęstość oraz parametry geometryczne eksperymentu mogą odgrywać ważną rolę, jednak ich zakres zmienności w eksperymencie jest stosunkowo niewielki. Spróbujmy więc usystematyzować uzyskane wyniki przy pomocy wielkości charakterystycznych dla wymiaru liniowego i czasu. Spośród parametrów występujących w badanym zjawisku można utworzyć trzy wielkości mogące stanowić wymiar charakterystyczny: wymiar dyszy $D \approx 2 \cdot r_j$, długość kapilarną $l_c = \sqrt{\sigma/\rho g}$ oraz proponowaną przez Eggersa [23] „długość lepka“ l_ν (2.3).

Ponieważ w eksperymencie nie zauważono istotnego wpływu średnicy dyszy na proces rozrywania, ta naturalna zdawałaby się skala długości nie ma zastosowania. Również długość kapilarna jako nie zawierająca lepkości nie może być przydatna. Pozostaje zatem trzecia wielkość i przy jej pomocy zostały wyskalowane mierzone długości. Przyjmijmy również za Eggersem należącą do tego samego modelu jednostkę czasu t_ν (2.4), co pozwala nam na zdefiniowanie skali dla prędkości cofania się strugi: $V_\nu = \sigma/\nu\rho$. Wartości tych wielkości skalujących obliczone dla stosowanych cieczy podano w tablicy 2.1 na str.20.

W tablicy 2.2 zostały zebrane bezwymiarowe wartości mierzonych długości charakterystycznych dla strugi przed jej rozerwaniem. Jak można zauważyć, rzeczywiście wybrana skala długości wydaje się być odpowiednią dla opisu długości elementu nitkowego przed jego rozerwaniem. Większość zmierzonych bezwymiarowych długości tego obszaru zamyka się w zakresie 4–10 l_ν . Poza tym zakresem znajdują się jednak rezultaty pomiarów dla bardzo małych (MIXD, MIXE) i bardzo dużych (GLY3) lepkości. Niewątpliwie możemy więc stwierdzić, że chociaż wybrana skala długości oddaje silną korelację maksymalnej długości mikro-strugi i lepkości cieczy, nie uwzględnia jednak wszystkich możliwych mechanizmów wpływających na utworzenie omawianej struktury.

Nasza skala długości nie ma natomiast sensu dla minimalnej średnicy strugi, która we wszystkich eksperymentach była praktycznie stała i wynosiła około $1\mu m$. Podobnie pr-

zedstawia się sytuacja z prędkością cofania się strugi (por. tab.2.1). Dla małych jak i większych lepkości strugi brak jednolitego zakresu dla bezwymiarowej wartości tej prędkości, zarówno dla końca makro-strugi jak i dla mikro-nici obserwowanej dla lepkich cieczy. Można nawet stwierdzić, że wymiarowa wartość prędkości cofania charakteryzuje się znacznie mniejszym rozrzutem wartości. Pewnym wytłumaczeniem jest tu fakt, że końcowa średnica obserwowanej przed rozerwaniem mikro strugi (d_{min}) jest, jak zauważono już wyżej, wielkością praktycznie stałą. Ponieważ wartość krzywizny związanej z tą wielkością jest głównym parametrem określającym kinematykę procesu cofania, nie należy się spodziewać istotnych różnic V_{z2} . I rzeczywiście można oszacować, że dla typowej cieczy o gęstości $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, napięciu powierzchniowym $\sigma = 50 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$ i średnicy mikro-strugi $d_{min} = 1 \mu\text{m}$ prędkość ta wynosi w pierwszym przybliżeniu 10 m/s , co mieści się w zakresie obserwowanych wartości.

Asymptotyczny model Eggersa przewiduje, że bezwymiarowe wartości zarówno maksymalnej prędkości cofania się strugi V_{z2} jak i jej minimalnej średnicy (d) przyjmują dla punktu przerwania odpowiednio wartość maksimum funkcji ψ i minimum funkcji ϕ :

$$V_{max}(t) = 8.726\sqrt{\nu}/\sqrt{(t-t_0)} \quad (2.10)$$

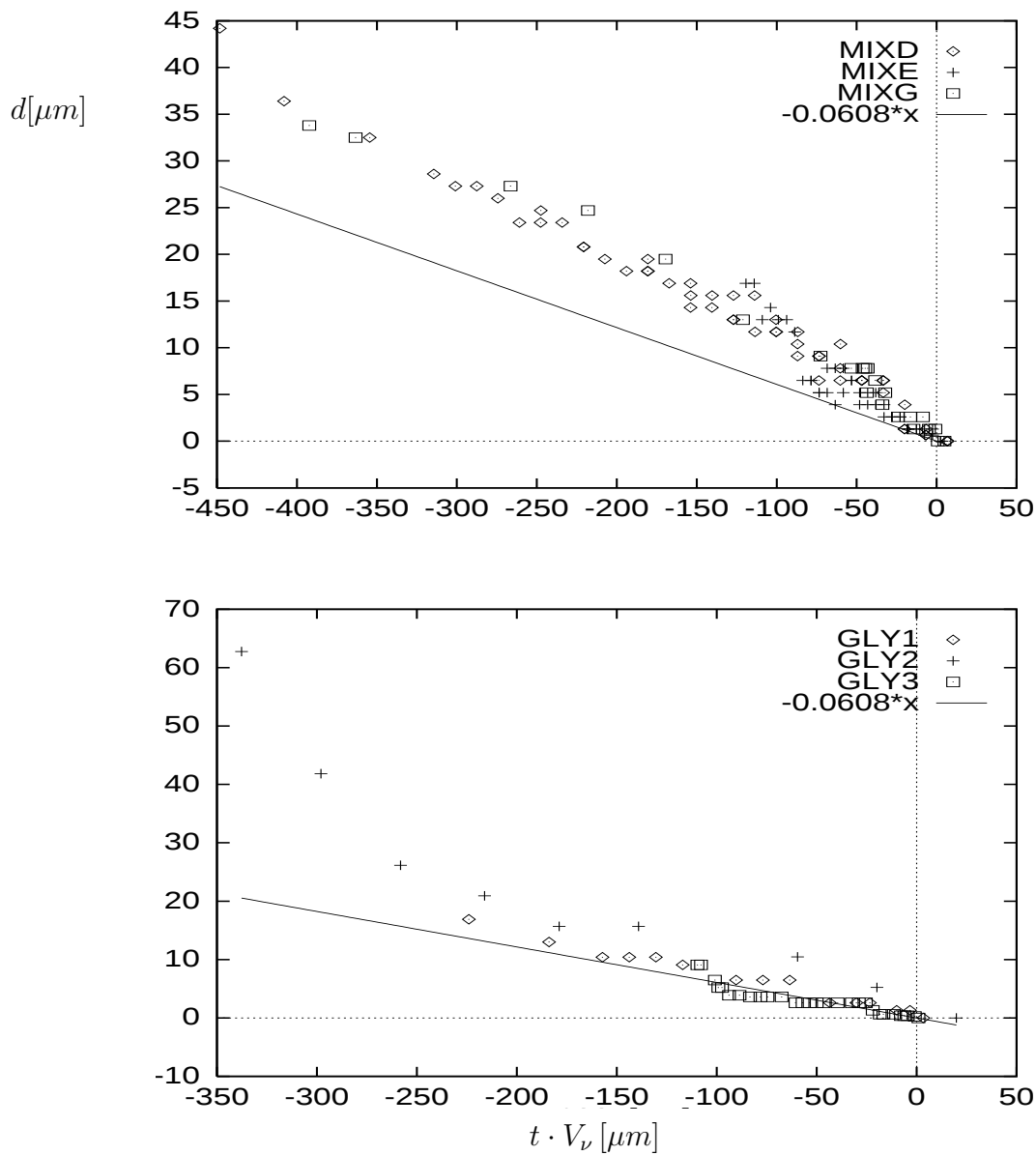
$$d_{min}(t) = 0.0608 \frac{\sigma}{\rho\nu}(t_0 - t) = 0.0608 V_\nu(t_0 - t) \quad (2.11)$$

Jak widać maksymalna prędkość cofania strugi (2.10) przewidywana przez model jest jedynie „słabą“ funkcją lepkości cieczy i zmienia się jak $t^{-1/2}$ w miarę zbliżania się do punktu oderwania. Jest to zaskakujący rezultat, gdyż jak wiadomo siła powodująca ruch zakończenia strugi jest funkcją napięcia powierzchniowego i krzywizny strugi, parametrów nie wchodzących do wyrażenia (2.10).

Przeprowadzone obserwacje wskazują na słabą zależność prędkości cofania mikro-strugi od lepkości. Rozrzut mierzonych wartości, spowodowany być może wpływem innych parametrów, uniemożliwia jednak jednoznaczne potwierdzenie zależności (2.10). Z drugiej strony, ponieważ obserwowana średnica strugi przed jej przzerwaniem jest praktycznie stała, a napięcie powierzchniowe zmienia się dla typowych cieczy w niewielkim stopniu, analiza wpływu pozostałych parametrów jest na podstawie obecnych eksperymentów niemożliwa.

Minimalna średnica strugi jest wg. modelu liniową funkcją czasu (2.11). Na rys. 2.10 porównano przewidywane przez model wartości $d_{min}(t)$ z rezultatami kilku pomiarów. Ze względu na asymptotyczny charakter modelu, jedynie wartości wokół punktu osobliwego ($t/t_\nu \rightarrow 0$, $z/l_\nu \rightarrow 0$) spełniają jego założenia. W skali rys. 2.10 oznacza to wartości na osi odciętych rzędu l_ν (por. tab. 2.1). I rzeczywiście zgromadzone w górnej części rysunku rezultaty pomiarów dla cieczy mniej lepkich wyraźnie odbiegają od przewidywań modelu. Jedynie położenie punktów w pobliżu zera osi odciętych odpowiada nachyleniu wg. (2.11). Dla cieczy o dużej lepkości zakres stosowalności modelu ulega znacznemu powiększeniu ($l_\nu = 274 - 2022$) i możemy jednoznacznie potwierdzić istnienie zależności (2.11).

Jak już wyżej wspomniano możliwości pełnego opisu teoretycznego procesu odrywania kropli stają się bardzo ograniczone gdy zbliżamy się do momentu, gdy średnica strugi staje się równa zeru. Istnieje oczywiście praktyczne pytanie, czy istnieje fizyczna granica wymiaru strugi, uzasadniona chociażby molekularną strukturą materii. Obecne eksperymenty wydają się wskazywać, że istotnie w skali mikro istnieje graniczny wymiar, poniżej



Rysunek 2.10: Obserwowana minimalna średnica strugi d przed oderwaniem kropli (punkty) i teoretyczna zależność liniowa wg. (2.11).

którego struga nie ulega dalszemu przewężeniu lecz zostaje przzerwana. I tak zarówno dla małej jak i dużej lepkości cieczy minimalna średnica przewężenia jest rzędu $1\mu m$, mimo, że w tym drugim przypadku obszar rozrywania strugi ulega wyraźnemu przedłużeniu. Nie jest oczywiście wykluczone, że w momencie rozrywania tej $1\mu m$ struktury cieczy pojawia się kaskadowo kolejna „nano-nić“ cieczy, ale tego typu scenariusz wydaje się mało prawdopodobny. Należałoby raczej znaleźć przyczynę, dla której struga cieczy o średnicy poniżej $1\mu m$ przestaje być stabilna. Można wysunąć kilka hipotez uzasadniających istnienie takiej granicy. Jedną z nich byłby rosnący z malejącą średnicą wpływ naprężeń lepkich na granicy ciecz/gaz. Przy opływie cylindra istnieje faktycznie zależność wskazująca na to, że naprężenia na jednostkę powierzchni rosną jak $1/r$. Można by więc przypuszczać, że

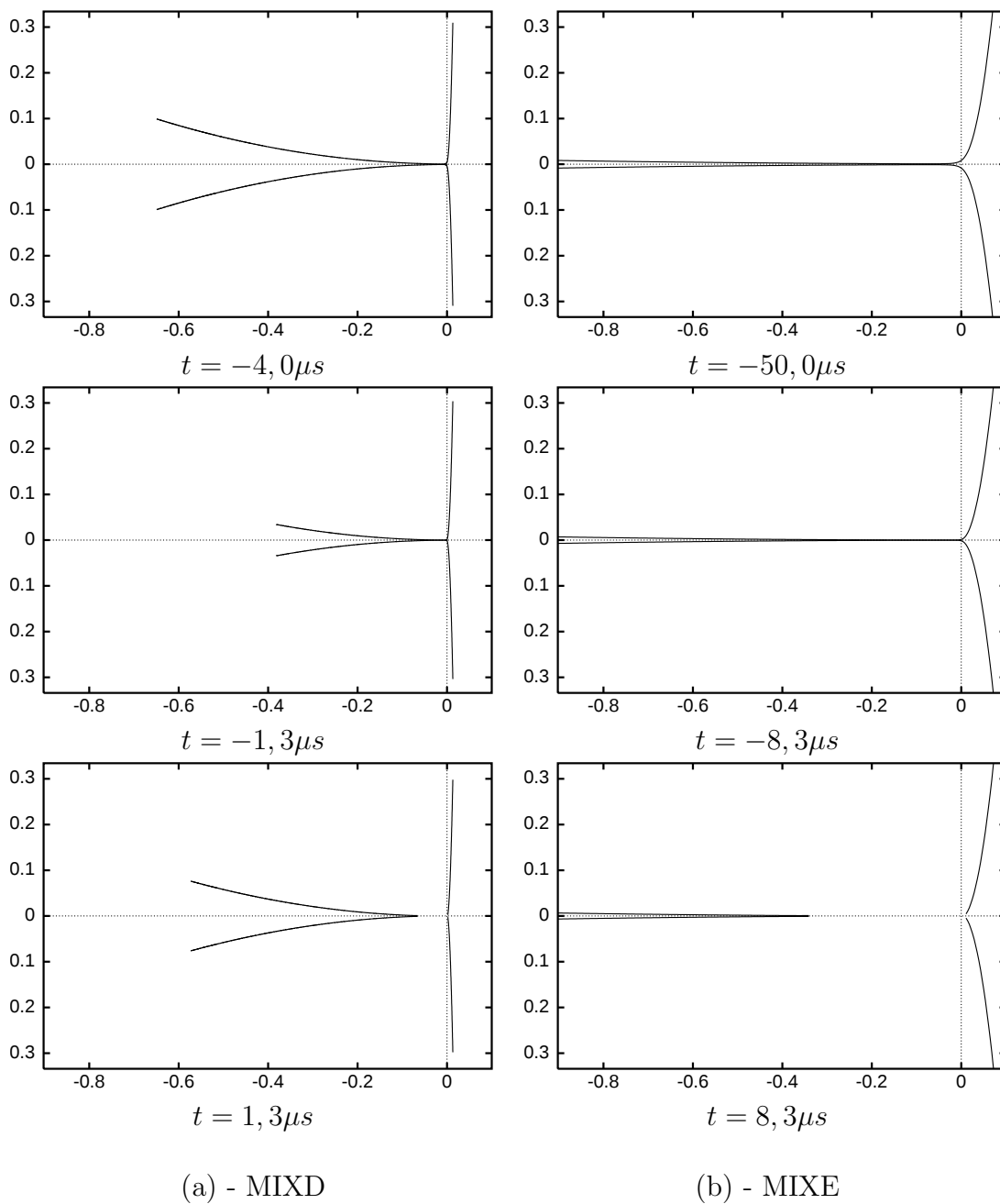
nawet dla małej prędkości względnej nastąpi przekroczenie granicznej wartości naprężeń i napięcie powierzchniowe nie będzie w stanie utrzymać strugi w całości. Przeciwno tej hipotezie przemawia fakt, że proces rozrywania jest (przynajmniej dla długich nici) poprzedzony pojawieniem się lokalnych zgrubień, wskazujących na pojawienie się fal kapilarnych. Praktycznie wyklucza tę hipotezę eksperyment przeprowadzony w warunkach obniżonego ciśnienia gazu. Mimo zminimalizowania efektów dynamicznych gazu, obserwacje strugi lepkiego oleju (układu G29) wskazują na niezmienny charakter procesu rozrywania się cienkiej nici cieczy łączącej krople ze strugą. W świetle tych obserwacji trzeba też odrzucić ideę, że to odparowywanie mikro-strugi jest przyczyną jej przerwania.

Innego rodzaju hipotezą jest obecność fluktuacji termicznych, których skala mogłaby osiągać wymiar rzędu minimalnej średnicy strugi. Czy jest to właśnie poszukiwana graniczna wartość? Na to pytanie można by jednoznacznie odpowiedzieć próbując tę wartość drastycznie zmienić, np. przez przeprowadzenie badań dla cieczy w bardzo niskiej temperaturze.

Asymptotyczny model Eggersa opisuje zmianę kształtu obszaru oderwania się kropli przy pomocy tylko jednej funkcji $\phi(\xi)$ (por. rys.2.1). Zależnie od wielkości (t_ν, l_ν) skalujących czas i długość, mniejszy lub większy obszar tej funkcji wokół osobliwości ($\xi = 0$) opisuje fizyczne zjawisko. Ponieważ funkcja ϕ ma w swojej części $\xi < 0$ płaski przebieg, dla dużych lepkości (a więc małych wartości t/t_ν , z/l_ν) obszar wokół zera jest stosunkowo duży - odpowiadając jakościowo wydłużonemu kształtowi mikro-strugi, takiemu jaki obserwujemy w eksperymencie.

Na rys. 2.11a podjęto próbę porównania przewidywanego przez model i obserwowanego kształtu dla strugi cieczy MIXD i MIXE. Ponieważ przybliżenie Eggersa opiera się na rozwinięciu wokół małego parametru, porównanie ma jedynie sens dla okolicy punktu oderwania z/l_ν , $t/t_\nu \approx 1$. Dla stosunkowo małej lepkości cieczy układu MIXD są to wielkości rzędu 2, $23\mu m$ i 0, $44\mu s$ dla miejsca i czasu przed (po) oderwaniu kropli (por. tablicę 2.1). Porównując rys. 2.11a z obserwowanym kształtem strug (rys. 2.2) można zauważyć, że czasowy przebieg zjawiska jedynie jakościowo zgadza się z opisem modelowym. Większa lepkość cieczy umożliwia dokładniejszą analizę kształtu strugi. Rys. 2.11b przedstawia kształty strugi obliczone dla cieczy o podwyższonej lepkości (MIXE) odpowiednio do obrazów strug z rys. 2.4. Zgodnie z definicją funkcji $\phi(\xi)$, kształt ten przybiera formę wydłużonego stożka. Porównanie kształtu tej funkcji wokół osobliwości wykazuje duże podobieństwo z obserwacjami (rys. 2.4). Jednak eksperyment wskazuje, że przyrost średnicy strugi w miarę oddalania się od punktu przerwania jest znacznie mniejszy niż wynikałoby to z modelu. Mikro-struga blisko chwili rozerwania jej ma dla przeważającej części eksperymentów kształt wydłużonego cylindra o średnicy stałej, która w swoim przeciwnym do kropli końcu gwałtownie powiększa się przechodząc w makro-strugę. Dla cieczy o średniej lepkości może być to spowodowane faktem, że obserwowany obszar wykracza poza zakres stosowalności modelu ($z/l_\nu > 1$). Dla cieczy bardzo lepkiej (por. rys.2.6), dla której długość charakterystyczna $l_\nu = 2mm$ i warunek modelu $z/l_\nu \approx 1$ pozostaje spełniony dla całej długości mikro strugi, kształt przewidywany przez model Eggersa praktycznie pokrywa się z obserwowanym obrazem strugi. Na styku strugi z kroplą pojawiają się jednak znaczne rozbieżności.

Tak więc model asymptotyczny [23] charakteryzuje poprawnie jedynie kształt strugi w niewielkim obszarze wokół punktu rozerwania. Jest to rezultatem prawidłowej oceny asymp-



Rysunek 2.11: Kształty strugi obliczone na podstawie modelu Eggersa odpowiadające pomiarom przedstawionym na rys. 2.2 (a) oraz 2.4 (b). Skala wykresów podana w milimetrach odpowiada skali w/w obrazów strugi.

totyki średnicy strugi (por. rys. 2.10). Zarówno gwałtowne przejście mikro strugi w makro strugę z jednej strony, jak i kształt kropli z drugiej strony osi odciętych odbiegają wyraźnie od przewidywań modelu. Również porównanie kinematyki procesu cofania się strugi po jej przerwaniu wykazuje trudne do zinterpretowania rozbieżności.

2.3 Podsumowanie

Rezultaty przeprowadzonych pomiarów wskazują, że w szerokim zakresie zmian parametrów cieczy (lepkości) proces odrywania się kropli od strugi charakteryzuje ten sam mechanizm, polegający na tworzeniu się mikro-strugi między kroplą a strugą właściwą. Maksymalna długość tej mikro-strugi jest funkcją lepkości ale jej minimalna średnica oraz prędkość cofania się po oderwaniu się kropli są w wielkościach przybliżeniu stałymi.

W skali l_v zmierzone długości mikro-strugi redukują się do tego samego rzędu wielkości. Podobnie asymptotyka minimalnej średnicy strugi przed jej zerwaniem potwierdza zasadność samopodobnego modelu Eggersa [24]. Nie można tego powiedzieć o granicznej wartości wymiaru strugi, przy której następuje jej zerwanie, a która wydaje się być uniwersalną stałą, niezależną od parametrów eksperymentu. Podobnie pozostałe wielkości charakteryzujące zjawisko takie jak punkt przerwania i prędkość cofania się strugi nie odpowiadają przewidywaniom modelu. Jest to spowodowane innym niż oczekiwania modelu scenariuszem ostatniej fazy procesu.

Choć więc trudno na podstawie powyższych eksperymentów jednoznacznie potwierdzić zasadność asymptotycznego modelu Eggersa, z całą pewnością oddaje on jakościowe charakterystyki procesu. Przyjęte założenie o całkowitej lokalności procesu oderwania, odizolowanego od „zewnętrznych“ warunków początkowych jest słuszne. Nie stwierdzono bowiem wpływu na proces odrywania takich istotnych dla makroskopowej strugi parametrów jak jej średnica i prędkość. Jednak wydaje się, że do ilościowego opisu zjawiska nie wystarcza przyjęcie jednowymiarowego opisu. Przede wszystkim efekty inercyjne, które umykają w tym opisie, modyfikują zarówno prędkość jak i kształt strugi. Powoduje to, między innymi, że struga jest poddana nie tylko „zaciskającemu“ ją napięciu powierzchniowemu, ale również „wyciągającemu“ wpływowi sił bezwładności poruszającej się kolumny cieczy i wciąż powiązanej z nią kropli. Istnieje więc nadal potrzeba modelu teoretycznego, który by w sposób kompleksowy opisał procesy przebiegające podczas rozrywania strugi.

æ

3. Niestabilność strugi cieczy wywołana parowaniem

Niestabilność kolumny cieczy, która jest przyczyną rozpadu strugi, może być dodatkowo zmodyfikowana jeśli powierzchnia znajduje się w warunkach nierównowagi termodynamicznej. Taka nierównowaga ma miejsce jeśli np. temperatura cieczy różni się od temperatury otaczającego ją gazu. Zmiany temperatury spowodowane przewodnictwem czy promieniowaniem powodują niejednorodność napięcia powierzchniowego. To z kolei może w poważnym stopniu zmienić charakter niestabilności tej powierzchni. W praktyce mamy często do czynienia z nierównowagą termodynamiczną na powierzchni strugi, jeśli ciecz paruje. Ma to miejsce, gdy ciśnienie parcjale par cieczy w otaczającym ją gazie jest niższe od ciśnienia pary nasyconej przy danej temperaturze. Zależnie od stopnia tej nierównowagi obserwujemy bardziej lub mniej gwałtowne zmiany na powierzchni strugi, przechodzące w skrajnym przypadku do wybuchowego rozerwania strugi wskutek gwałtownego parowania jednorodnego w całej objętości cieczy.

Niestabilności spowodowane parowaniem powierzchni są od lat przedmiotem zainteresowania środowisk naukowych ze względu na ich znaczenie w szeregu praktycznych zastosowań. Z jednej strony, poszukuje się metod jak najlepszego odparowania cieczy (np. silniki na paliwo ciekłe) [16, 17, 18], starając się dzięki dodatkowej niestabilności strugi cieczy uzyskać poprawę jej atomizacji. Z drugiej strony niestabilność strugi spowodowana efektami termodynamicznymi może być niepożądana (np. wyciąganie włókien tekstylnych, produkcja światłowodów [89], czy też wytryskiwanie wód odpadowych w stacjach kosmicznych [27, 62]).

W niniejszym rozdziale przedstawiono niektóre z aspektów niestabilności parującej strugi, obserwowane w eksperymentach przeprowadzonych dla laminarnej strugi alkoholu etylowego, eteru i roztworu obu składników (1:1 objętościowo). Część rezultatów badań została zaprezentowana w artykule zamieszczonym w *Physics of Fluids* [53] oraz materiałach 11AFMC [52] i zostanie tu omówiona dość skrótowo celem uniknięcia nadmiernych powtórzeń.

3.1 Obserwacje strug parującej cieczy

Zasadnicza część aparatury i techniki pomiarowej wykorzystanej przy badaniach odpowiada omówionej w rozdz. 1 na początku pracy. Ponieważ niestabilność strugi obserwowana podczas gwałtownego parowania cieczy nie ma charakteru osiowosymetrycznego, do większości obserwacji wykorzystywano dwie umieszczone prostopadle do siebie kamery

Ciecz	ν	σ	ϱ	P_s	h	r_j	V_j
	$[mm^2/s]$	$[mN/m]$	$[kg/m^3]$	$[kPa]$	$[J/g]$	$[\mu m]$	$[m/s]$
A - Alkohol	1,48	22,5	803	5,9	929	50-200	2-12
E - Eter	0,33	17,0	714	58,8	379	50-200	1-10
A+E	0,92	20,1	760	-	-	50-100	1-5

Tablica 3.1: Podstawowe parametry badań; kolejno lepkość, napięcie powierzchniowe, gęstość, ciśnienie par nasyconych i ciepło parowania cieczy oraz promień strugi i jej prędkość wypływu (zakres zmian).

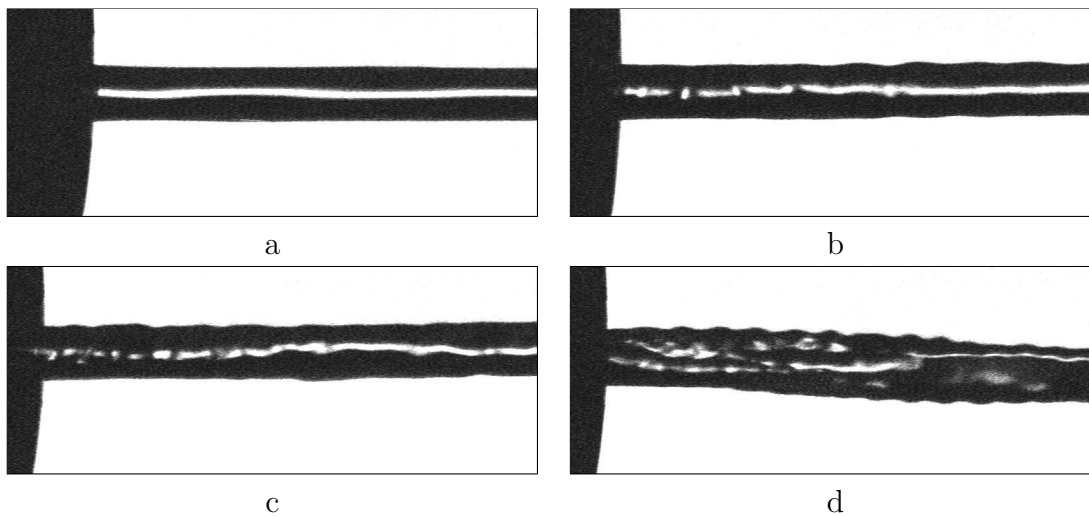
CCD. Porównanie obu obrazów, często wykonanych z innym powiększeniem, pozwala lepiej zrozumieć charakter obserwowanych zmian powierzchni. Eksperymenty przeprowadzono zarówno w warunkach parowania dyfuzyjnego w atmosferze gazu obojętnego ($X = 1$) pod normalnym i obniżonym ciśnieniem jak i dla obniżonego ciśnienia w atmosferze par własnych ($X = 0$). Typowa średnica strugi cieczy wynosiła $100 - 400\mu m$, prędkość wypływu strugi rzędu $5m/s$. Te parametry pozwalały utrzymać przepływ w zakresie laminarnym dla całego zakresu badań, eliminując nie interesujące nas w tym momencie zaburzenia powierzchni wywołane samym przepływem. Wszystkie pomiary zostały przeprowadzone w temperaturze pokojowej, tzn. początkowa temperatura gazu i cieczy wynosiła $293K$. Zastosowane ciecze (alkohol etylowy i eter) różnią się głównie ciśnieniem pary nasyconej P_s i ciepłem parowania h . Podstawowe parametry charakteryzujące eksperymenty zostały przedstawione w tablicy 3.1.

Rezultaty obserwacji możemy podsumować następująco:

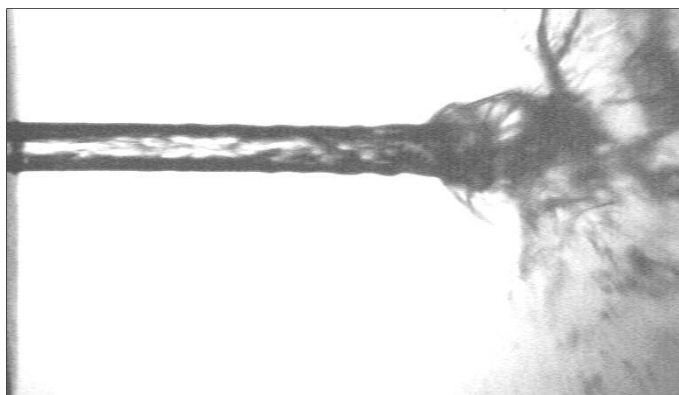
- Dla dyfuzyjnie parującej strugi eteru w powietrzu ($P_\infty = 100kPa$) obserwowane zaburzenia powierzchni mają charakter fal powierzchniowych, o małej długości rzędu ułamków średnicy strugi. Rys. 3.1 pokazuje przykład pojawiania się zaburzeń powierzchni strugi wskutek parowania. W eksperymencie intensywność parowania była powiązana z prędkością wypływu strugi (wzrost względnej prędkości ciecz-gaz), powodującej intensyfikację procesu wymiany masy. Obserwowano wzrost amplitudy zaburzeń powierzchni ze wzrostem tej prędkości. Również powiększenie średnicy strugi miało dodatni wpływ na pojawianie się zaburzeń powierzchni. Kontrolne pomiary przeprowadzone dla strugi eteru w atmosferze pary nasyconej nie wykazały istnienia tych charakterystycznych zaburzeń powierzchni, potwierdzając tym samym hipotezę, że to intensywne parowanie powierzchni jest ich źródłem. Zauważono również, że zaburzenia pojawiające się na powierzchni strugi praktycznie natychmiast po jej utworzeniu mogą ulec stłumieniu w miarę wzrostu odległości od dyszy. Jest to spowodowane tworzeniem się wokół strugi warstwy gazu o powiększonej koncentracji pary eteru, hamującej w rezultacie dalsze parowanie.

Obniżenie ciśnienia gazu otaczającego strugę powoduje, że proces parowania cieczy ulega znacznemu zintensyfikowaniu. Dla cieczy o wysokim ciśnieniu par, jaką jest eter, już przy ciśnieniu otoczenia poniżej $5kPa$ obserwujemy silne zaburzenia kierunku strugi, nieregularne niestabilności powierzchni, które dla niższych ciśnień powodują rozerwanie powierzchni (por. rys. 3.2).

- Badania dla substancji mniej lotnej, jaką jest alkohol etylowy pokazały, że paro-

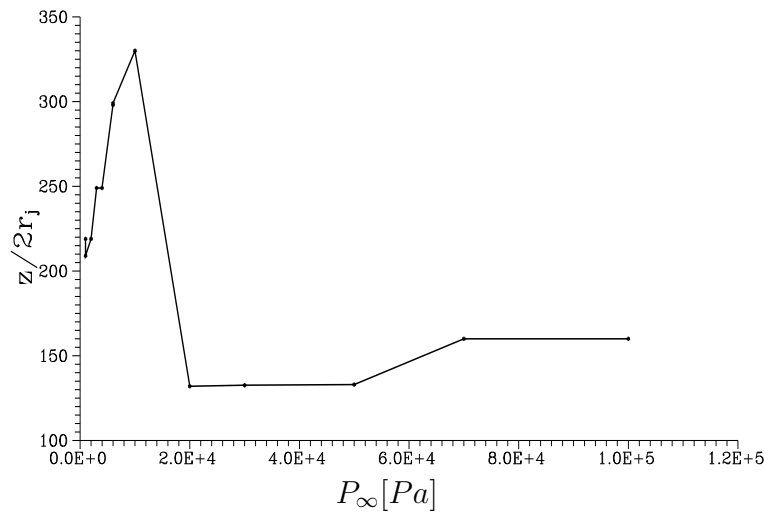


Rysunek 3.1: Struga eteru w powietrzu; $r_j = 50\mu m$, $P_\infty = 100kPa$, $X = 1$. Wzrost zaburzeń powierzchni z prędkością wypływu: (a) $V_j = 5m/s$, (b) $V_j = 5,6m/s$, (c) $V_j = 7,5m/s$, (d) $V_j = 10m/s$.



Rysunek 3.2: Struga eteru w powietrzu o obniżonym ciśnieniu; $r_j = 38\mu m$, $P_\infty = 5kPa$, $X = 1$, $V_j = 5m/s$. Rzeczywista szerokość kadru 0,9mm.

wanie może mieć również wpływ stabilizujący na kształt strugi. Stwierdzono istnienie długich, stabilnych strug alkoholu nawet dla ciśnienia zewnętrznego obniżonego do $100Pa$. Długość poddawanej kontrolowanym zaburzeniom strugi alkoholu, mierzona w funkcji ciśnienia zewnętrznego gazu pokazuje maksimum dla niskich ciśnień (por. rys. 3.3). Wskazuje to na stabilizujący efekt silnego schłodzenia powierzchni, przy braku destabilizującego ją gwałtownego parowania. Dla ciśnienia zewnętrznego poniżej ciśnienia pary cieczy struga alkoholu jest jednak termodynamicznie niestabilna. Pojawienie się zaburzenia powierzchni powoduje jego natychmiastowe wzmocnienie i propagację silnych deformacji kształtu i toru strugi. Ilustruje to rys. 3.4. Obecność w cieczy centrów nukleacji powoduje tworzenie się w objętości strugi pęcherzy pary, które po osiągnięciu rozmiarów przekraczających jej średnicę prowadzą do rozerwania powierzchni (rys. 3.5). Proces ten ma charakter stochastyczny i zależnie od stopnia czystości cieczy przy tych samych warunkach można obserwować



Rysunek 3.3: Względna długość strugi alkoholu w funkcji ciśnienia zewnętrznego P_{∞} ; $r_j = 0,1mm$, $V_j = 11m/s$, $X = 1$.

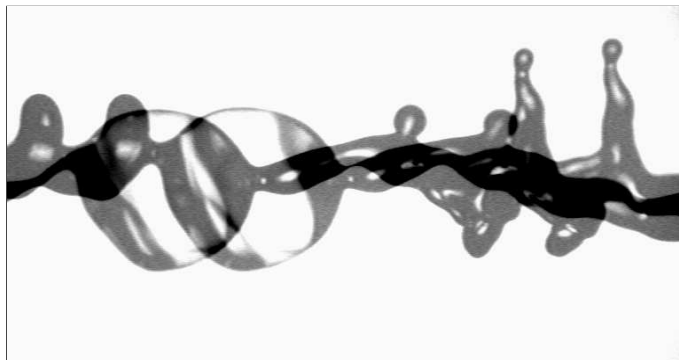
długie, stabilne strugi lub ulegające natychmiastowemu rozpadowi. Interesujące jest, że w pewnych warunkach powierzchnia strugi po jej rozerwaniu zachowuje stosunkowo długo (kilka sekund) swój zdeformowany kształt. Efekt ten jest prawdopodobnie wywołany stabilizującym wpływem strumienia pary wydostającej się z wnętrza strugi, „nadmuchującym” silnie schłodzoną, a więc stosunkowo lepka „frankowatą” pozostałość rozerwanej powierzchni (rys. 3.6).

- W warunkach obniżonego ciśnienia pojawia się inny interesujący mechanizm niestabilności, zaobserwowany dla strugi alkoholu, a polegający na zaburzeniu kierunku jej ruchu. Badana struga w pewnym punkcie ulega „ugięciu” i taka jej postać pozostaje stabilna przez wiele sekund lub nawet minut (rys. 3.7a). Efekt ten jest prawdopodobnie wywołany lokalną nierównomiernością temperatury powierzchni, powodującą asymetrię napięcia powierzchniowego, która to deformuje kształt strugi. Ta asymetria jest z kolei podtrzymywana przez zmodyfikowane zmianą przepływu warunki wymiany ciepła między wnętrzem strugi a powierzchnią. Próbę numerycznego modelowania tego zjawiska omówimy w następnej części.
- Parowanie mieszaniny cieczy różniących się znacznie ciśnieniem pary charakteryzuje się zmiennością warunków termodynamicznych zarówno w objętości jak i w czasie. W przypadku strugi, początkowo jednorodna mieszanina wskutek odparowywania składnika bardziej lotnego zmienia swój skład. Powierzchnia strugi zostaje silnie schłodzona, a dodatkowo występujący tam spadek koncentracji lotnego składnika znacznie spowalnia procesy parowania. Z drugiej strony „gorące” wnętrze strugi jest nadal bogate w składnik lotny, powoli dyfundujący w kierunku zubożonej powierzchni. Stwarza to sytuację sprzyjającą tworzeniu się we wnętrzu pęcherzy pary składnika lotnego i wybuchowemu rozpadowi strugi (tzw. mikro-eksplozje [84]). Zjawisko takie było również obserwowane w obecnych eksperymentach.

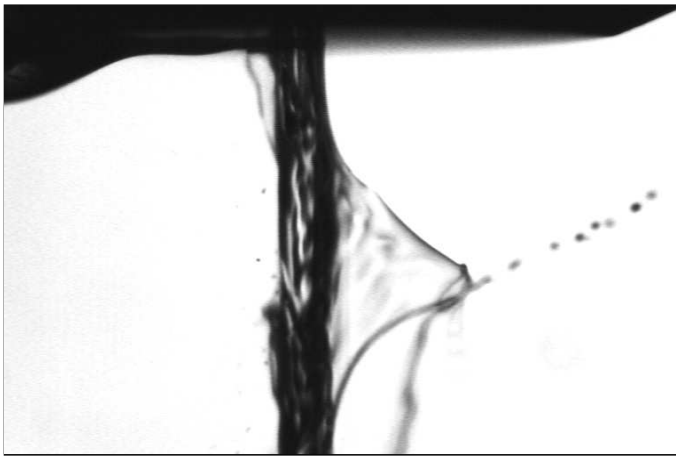
Zasadnicza zauważona różnica pomiędzy niestabilnością czystej cieczy (eteru), a jego roztworu z alkoholem, polegała na tworzeniu się quasi-stabilnych „błon” powstałych



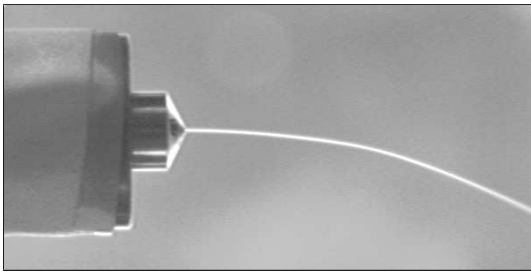
Rysunek 3.4: Propagacja zaburzeń powierzchni parującej strugi alkoholu zarejestrowana techniką „Frame-Transfer“. Czas narasta od górnego zdjęcia, interwał czasowy $19,6\mu s$, $r_j = 0,1mm$, $P_\infty = 100Pa$, $X = 0$.



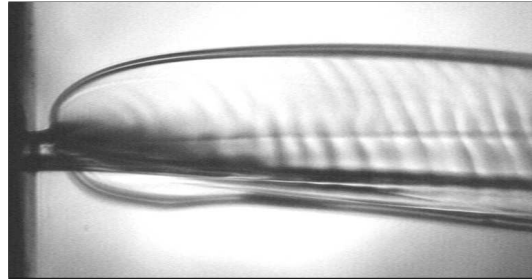
Rysunek 3.5: Tworzenie się pęcherzy pary w strudze alkoholu. $r_j = 0,1mm$, $P_\infty = 5kPa$, $X = 1$, $V_j = 12m/s$. Podwójna ekspozycja: $\delta t = 20\mu s$, odległości 24mm od wylotu. Szerokość kadru 2,3mm.



Rysunek 3.6: Tworzenie się stabilnych błon oderwanych od silnie parującej powierzchni strugi alkoholu; $r_j = 50\mu m$, $P_\infty = 100Pa$, $X = 0$, $V_j = 3m/s$.



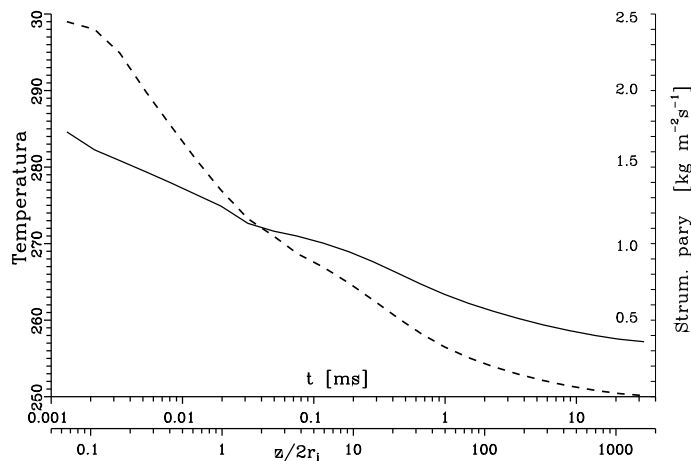
a



b

Rysunek 3.7: (a) -stabilna zmiana kierunku parującej strugi alkoholu (kierunek grawitacji z lewej do prawej); $r_j = 0,1mm$, $P_\infty = 100Pa$, $X = 1$, $V_j = 3m/s$. (b) - tworzenie się błon dla roztworu A+E, $r_j = 48\mu m$, $P_\infty = 100Pa$, $X = 1$, $V_j = 2m/s$.

z fragmentów schłodzonej, pozbawionej eteru pierwotnej powierzchni strugi. Błony te wskutek gwałtownego parowania rdzenia strugi ulegają silnemu odkształceniu, tworząc mniej lub bardziej regularną otoczkę pozostałości cylindrycznej strugi (por. rys. 3.7b). Zjawisko to przypomina w pewnym stopniu parowanie czystego alkoholu. Dla mieszaniny alkohol-eter proces odrywania się fragmentu powierzchni strugi ma jednak przebieg bardziej gwałtowny, a na powierzchni utworzonych błon pojawiają się charakterystyczne prążki (fale powierzchniowe). Zauważono, że fale te zanikają, jeśli zewnętrzną atmosferę nasycono parami alkoholu. Wydaje się to potwierdzać hipotezę, że obserwowane powłoki składają się z niemal czystego alkoholu pozbawionego eteru zaraz przy wylocie z dyszy, w pierwszej fazie parowania.



Rysunek 3.8: Temperatura powierzchni (—) i strumień masy pary (- - -) dla parującej strugi alkoholu obliczona w funkcji bezwymiarowej odległości od wylotu dla parametrów: $r_j = 50\mu m$, $P_\infty = 500Pa$, $V_j = 5m/s$, $X = 0$. Temperatura początkowa cieczy i gazu $293K$.

3.2 Próba interpretacji

Brak teoretycznego opisu zjawisk przebiegających podczas parowania strugi ma swoje źródło między innymi w trudności dokładnego sprecyzowania warunków eksperymentalnych. Wielkości globalne takie jak ciśnienie otaczającego gazu, temperatura początkowa gazu i cieczy, można w eksperymencie stosunkowo łatwo kontrolować. Dla procesu parowania w warunkach nierównowagi istotna jest jednak przede wszystkim temperatura powierzchni cieczy. Znajomość rozkładu tej temperatury mogłaby pozwolić na zbadanie szeregu możliwych mechanizmów destabilizacji powierzchni. Dotychczas brak jest jednak metod pomiarowych pozwalających w sposób niezakłócający badać temperaturę parującej cieczy¹. W takiej sytuacji rozkład temperatury w cieczy można jedynie oszacować na podstawie rozważań teoretycznych. W tym celu zbudowano prosty, jednowymiarowy model parującej strugi, którego podstawowe założenia zostały opisane w Dodatku 6.1.

3.2.1 Klasyfikacja zaburzeń parującej strugi

Wykorzystując jako dane początkowe modelu (Dodatek 6.1) znane nam warunki zewnętrzne dla parującej strugi, przeprowadzono szereg obliczeń strumienia parowania i rozkładów temperatury powierzchni i wnętrza strugi w funkcji odległości od wylotu dyszy. Przyjęty jednowymiarowy model zakłada, że przewodnictwo cieplne wzdłuż strugi możemy pominąć w porównaniu z transportem konwekcyjnym wywołanym przepływem. Warunek ten jest spełniony, jeśli prędkość przepływu jest odpowiednio duża ($V_j > 1mm/s$), co utrzymano we wszystkich omawianych eksperymentach.

Przykładowe obliczenia temperatury i strumienia pary dla strugi alkoholu wypływającej w temperaturze pokojowej do atmosfery par własnych pod ciśnieniem $500Pa$ pokazuje

¹W następnym rozdziale przedstawimy możliwość opracowania takiej metody, opartej na pomiarze napięcia powierzchniowego oscylującej kropli

Gaz	$P_{\infty} = 100kPa, X = 1$			$P_{\infty} = P_s, X = 1$			$P_{\infty} = 500Pa, X = 0$		
Ciecz	E_{max}	$\Delta\Theta$	Ns	E_{max}	$\Delta\Theta$	Ns	E_{max}	$\Delta\Theta$	Ns
E	0,061	27	WR	0,078	38	NW	3,1	79	NW
A	0,0076	15	R	0,028	37	RFBN	2,5	36	BRFN
A+E	–	–	R	–	–	FNW	–	–	FNW

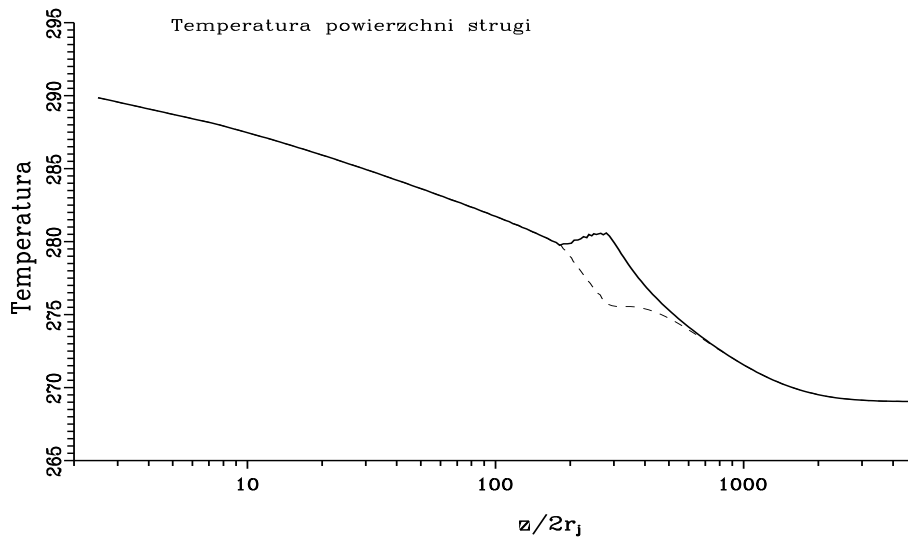
Tablica 3.2: Maksimum strumienia pary $E [kgm^{-2}s^{-1}]$ i maksymalny spadek temperatury powierzchni $\Delta\Theta [K]$ obliczone dla typowej strugi o promieniu $r_j = 50\mu m$ poruszającej się z prędkością $V_j = 5m/s$ oraz najczęściej obserwowany typ niestabilności - Ns . Przyjęta temperatura początkowa cieczy i gazu wynosi $293K$.

rys. 3.8. Możemy zauważyć, że początkowo temperatura powierzchni spada z prędkością ok. $10^3 K/s$, osiągając asymptotycznie temperaturę pary nasyconej dla danego ciśnienia. Mimo, że ten gwałtowny spadek temperatury ma miejsce jedynie w krótkiej początkowej fazie wypływu strugi, wskutek jej ruchu powstają lokalnie na powierzchni cieczy gradienty temperatury rzędu kilkuset Kelvinów na milimetr. Odpowiadające im gradienty napięcia powierzchniowego, stają się czynnikiem inicjującym pojawienie się obserwowanych w eksperymentach zaburzeń powierzchni. Oczywiście, dla warunków zewnętrznych powodujących silne parowanie, zaburzenia powierzchni mogą osiągnąć amplitudy powodujące jej całkowitą destrukcję.

Wyniki oszacowania przeprowadzonego przy pomocy powyższego modelu warunków termicznych na powierzchni strugi dla przeprowadzonych eksperymentów zebrano w tablicy 3.2, systematyzując zarazem główne charakterystyki zaobserwowanych niestabilności.

Obserwowane niestabilności strugi podzielono na pięć grup, odpowiadających zarówno różnym reżimom parowania jak i różnicom w geometrii obserwowanych deformacji strugi. Zamieszczone poniżej oznaczenie typu niestabilności zostały użyte w tablicy 3.2:

- W – krótko-falowe zaburzenia powierzchni w postaci nie-osiowo symetrycznych fal powierzchniowych (por. rys. 3.1).
- B – zmiana kierunku strugi przy jednoczesnym zachowaniu jej cylindrycznej struktury (rys. 3.7a). Zaburzenie to może być formalnie traktowane jako asymetryczne zaburzenie powierzchni.
- N – nukleacja i mikro-eksplozje pęcherzy pary.
- F – tworzenie się quasi-stabilnych błon (filmów) z rozerwanych części powierzchni strugi.
- R – „klasyczna” niestabilność cylindrycznej strugi (Rayleigh).



Rysunek 3.9: Obliczony rozkład temperatury powierzchni dla strugi o zakrzywieniu $r_j/R_s = 10^{-5}$. Widoczny asymetryczny skok temperatury dla zewnętrznej (linia ciągła) i wewnętrznej (linia przerywana) powierzchni zakrzywienia; $r_j = 50\mu m$, $P_\infty = 3kPa$, $V_j = 1m/s$, $X = 0,5$.

3.2.2 Zakrzywienie toru parującej strugi

Jednowymiarowy model użyty powyżej z konieczności nie może dać odpowiedzi na pytanie, jakie mechanizmy umożliwiają powstanie quasi stabilnego zakrzywienia toru strugi. Jedną z hipotez jaka się narzuca, jest wpływ wtórnego przepływu cieczy, generowanego w miejscu zakrzywienia strugi, który byłby odpowiedzialny za dodatkowy transport radialny cieczy. Różnica strumienia ciepła między zewnętrzną a wewnętrzną częścią zakrzywienia strugi może powodować powstanie gradientu napięcia powierzchniowego, stabilizującego powstałą deformację. Dla zbadania tej hipotezy zbudowano dyskretny model numeryczny (Dodatek 6.2) umożliwiający przeprowadzenie symulacji warunków termicznych panujących w hipotetycznej, dwu-wymiarowej strudze. Przyjęto, że profil prędkości przepływu jest znany. Rozpatrujemy wyizolowany odcinek strugi, która na niemal całej długości ma ustalony, płaski profil prędkości. Jedynie w środkowej części rozpatrywanego odcinka wprowadzamy niewielkie zaburzenie pola prędkości odpowiadające rozwiązaniu dla przepływu w lekko zakrzywionym kanale [88]. Idee schematu obliczeniowego przedstawiono w Dodatku 6.2.

Wartość zaburzenia prędkości jest rzędu 10^{-5} prędkości głównego strumienia przepływu. Naszym celem jest znalezienie wpływu takiego zaburzenia na rozkład temperatury dla wydzielonego odcinka hipotetycznej strugi. Wprawdzie ograniczamy się tylko do dwóch wymiarów, a układ równań nie jest zbyt skomplikowany, jednak spowodowane parowaniem gradienty temperatury na powierzchni cieczy powodują, że znalezienie rozwiązania wymaga stosowania drobnej siatki dyskretnej oraz bardzo małego kroku czasowego. Powoduje to, że czasochłonność obliczeń przekracza kilkaset godzin CPU na komputerze typu stacji roboczej (IBM RS6000/350H) i praktycznie możliwe było przebadanie jedynie kilku przypadków.

Rys. 3.9 pokazuje rezultat obliczeń wykonanych dla siatki dyskretnej 151×1400 dla modelu, w którym przyjęto warunki początkowe typowe dla warunków eksperymentalnych. Możemy zauważyć, iż nawet niewielkie lokalne zaburzenie pola prędkości (rzędu 10^{-5}) powoduje, że między powierzchnią górną ($Y = 0,5$) i dolną ($Y = -0,5$) strugi (odpowiadającym wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni zakrzywienia) pojawia się różnica temperatur ok. $6K$. Biorąc pod uwagę, że średnica strugi wynosi jedynie ułamek milimetra, taka różnica temperatur powoduje powstanie siły wywołanej gradientem napięcia powierzchniowego rzędu $0,1N$. Stwarza to możliwość powstania mechanizmu samopodtrzymującej się zmiany kierunku strugi. Warto również zwrócić uwagę, że ze względu na wymienione wyżej trudności obliczeniowe przedstawiony przypadek odpowiada parowaniu cieczy znacznie mniej intensywnemu niż ma to miejsce w opisywanych eksperymentach ($P_\infty \approx 100Pa$). Można się więc spodziewać, że występujące w rzeczywistości gradienty temperatury i napięcia powierzchniowego są znacznie silniejsze.

Oczywiście powyższe uwagi należy traktować jedynie jako próbę oszacowania rzędu wielkości ewentualnych efektów deformacji strugi. Precyzyjna analiza zjawiska polegająca na rozwiązaniu trójwymiarowego pola przepływu przy swobodnej, deformowalnej powierzchni o dużych gradientach termicznych nie jest trywialnym problemem i wymagałaby zaangażowania znacznego potencjału komputerowego.

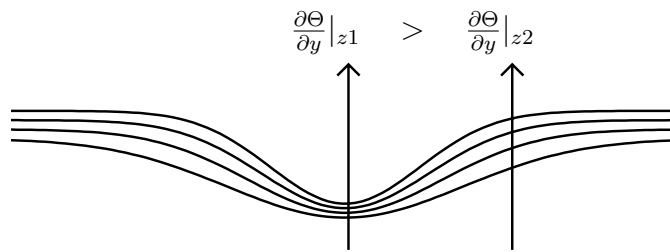
3.2.3 Możliwe mechanizmy niestabilności parującej strugi

Problem stabilności strugi cieczy w obecności istotnej wymiany masy jest zagadnieniem bardzo skomplikowanym. Problem jest silnie nieliniowy, trudny dla ilościowego opisu zarówno od strony eksperymentalnej jak i teoretycznej. Obserwacje eksperymentalne stwierdzające obecność dużych fluktuacji długości strugi przy niezmiennych lub niewiele zmienionych warunkach zewnętrznych wskazują na istnienie takich nieliniowości. Z tego względu na obecnym etapie wydaje się sensowne, aby ograniczyć nasze zainteresowanie do momentu powstania pierwszych niestabilności i wysunięcia ewentualnych hipotez interpretujących odpowiedzialne za nie mechanizmy.

Istniejące w literaturze rozważania teoretyczne nad stabilnością parujących cienkich warstw cieczy - w liniowym przybliżeniu Prosperettiego[70] i nieliniowym modelu podanym przez Sharma i Ruckensteina [75] - dają nam pewien wgląd w możliwe mechanizmy powodujące niestabilność parującej powierzchni. W pracach powyższych wskazano, że najważniejszym elementem rozwoju niestabilności jest zmienność strumienia masy na powierzchni cieczy, wywołana lokalną zmianą gradientów temperatury przy tej powierzchni. W momencie pojawienia się zaburzenia, wskutek rozciągnięcia termicznej warstwy brzegowej maleje strumień pary z lokalnego wybrzuszenia powierzchni, a rośnie w lokalnych wgłębieniach (minimach), gdzie gradient temperatury jest większy (por. rys.3.10).

Wymienia się przynajmniej trzy istotne czynniki mogące być przyczyną destabilizacji parującej powierzchni:

- Mechanizm „odrztutu“ pary spowodowany reakcją strumienia pary opuszczającej powierzchnię. Ciśnienie wywołane tą reakcją powoduje „ściskanie“ minimów powierzchni powodując ich dalsze pogłębianie odtransportowując ciecz do otaczających je maksimów.



Rysunek 3.10: Schemat ilustrujący zaburzenia powierzchni cieczy. Lokalne wgłębienie powierzchni powoduje powstanie różnic gradientów temperatury.

- Drugi mechanizm to naturalna degradacja minimów powierzchni wskutek większego niż dla maksimów strumienia masy pary. Powoduje to ciągle pogłębianie raz powstałych zaburzeń.
- Jak wcześniej zauważono, warunki na powierzchni strugi cieczy w momencie opuszczenia dyszy ulegają gwałtownej zmianie, powodując pojawienie się silnych gradientów temperatury w kierunku osiowym strugi. Podobnie pojawienie się deformacji powierzchni powoduje zmianę transportu masy i lokalną zmianę temperatury powierzchni w kierunku osiowym. Istnienie takich gradientów powoduje powstanie sił wywołanych gradientem napięcia powierzchniowego (efekt Marangoniego). Przepływ cieczy spowodowany tymi siłami ma kierunek od „gorących” wgłębień do „zimnych” wzniesień na powierzchni, potęgując pierwotne zaburzenie.

Wydaje się celowe oszacowanie rzędu wielkości parametrów związanych z wymienionymi wyżej czynnikami. W tym celu jako typowe warunki panujące na powierzchni strugi przyjęto te otrzymane na podstawie obliczeń wykonanych przy pomocy wcześniej wymienionego jednowymiarowego modelu (Dodatek 6.1). Obliczenia wykonano dla strugi alkoholu etylowego o średnicy $100\mu\text{m}$ wypływającej z prędkością 5m/s do ośrodka o ciśnieniu par własnych $P_\infty = 500\text{Pa}$. Początkowa temperatura gazu i cieczy wynosi 293K . Oczekiwany maksymalny strumień pary wynosi $2.5\text{kg s}^{-1}\text{m}^{-2}$, a odpowiadający mu spadek temperatury powierzchni 36K (por. rys. 3.8). Wykorzystując te wartości oraz fizyczne parametry cieczy możemy obliczyć bezwymiarowe współczynniki nieliniowego modelu Sharma i Ruckensteina zaproponowanego dla parującego filmu cieczy [75]. W rezultacie okazuje się, że jedynie człon równania związany z efektem Marangoniego jest porównywalny co do wartości z członem „naturalnej” niestabilności kapilarnej (Rayleigh). Przepływ wywołany efektem Marangoniego może więc być powodem, że zaburzenia parującej powierzchni będą ulegały niewielkiemu wzmocnieniu. Pozostałe człony równania modelu [75] są przynajmniej o dwa rzędy wielkości mniejsze i nie odgrywają istotnej roli.

Model Sharma i Ruckensteina [75] dla nieruchomej cienkiej warstwy cieczy nie uwzględnia gradientów napięcia powierzchniowego istniejących w chwili początkowej na niezaburzonej powierzchni cieczy. Wzdłuż poruszającej się strugi, jak to wcześniej zauważono, pojawiają się niejednorodności temperatury, a tym samym napięcia powierzchniowego. Powstałe wskutek tego dodatkowe siły oddziałujące stycznie na powierzchnię strugi mogą być główną przyczyną obserwowanych gwałtownych deformacji, rozwarstwienia i defragmentacji strugi.

Oceńmy rząd wielkości sił spowodowanych osiowymi gradientami temperatury dla strugi z rys. 3.8. Podczas pierwszych $100\mu s$ powierzchnia strugi poruszającej się z prędkością $5m/s$ pokonuje dystans δz rzędu kilku jej średnic. Działająca wzdłuż strugi skutek powstałego gradientu temperatury siła Marangoniego $\frac{\partial \sigma}{\partial \Theta} \Delta \Theta \delta z$ jest tego samego rzędu, co siły kapilarne $r_j \sigma$ utrzymujące cylindryczną formę strugi. Jest to sytuacja wyraźnie niestabilna i pojawienie się niewielkich zaburzeń może powodować rozerwanie powierzchni. Wydaje się więc, że naprężenia powierzchni spowodowane gradientem napięcia powierzchniowego odgrywają istotną rolę w obserwowanych niestabilnościach strug.

Należy jednak zauważyć, że duże gradienty temperatury mają miejsce jedynie u wylotu dyszy. Jeśli nie doszło do początkowej destabilizacji kształtu, schłodzona powierzchnia cieczy może mieć działanie stabilizujące, umożliwiając pojawianie się długich, cylindrycznych strug przegrzanej wewnętrznie cieczy (por. rys. 3.3).

Ciekawą interpretację opisanych niestabilności kształtu strugi zaproponował Yarin [91]. W swojej aproksymacji zaburzeń powierzchni Yarin połączył niestabilność Landaua [56], wywołaną generowaniem wirowości przez strumień masy opuszczającej parującą powierzchnię z niestabilnością kapilarną Rayleigh'a. Otrzymany model wskazuje na pojawienie się nowego rodzaju nie-osiowosymetrycznego zaburzenia, narastającego wraz z „normalnymi” zaburzeniami osiowosymetrycznymi. Porównując eksponenty wzrostu zaburzeń Yarin pokazał, że dla warunków występujących dla strugi alkoholu w niniejszych eksperymentach, asymetryczne mody zaburzeń są niestabilne i mogą powodować zakrzywienie biegu strugi. Pozostaje oczywiście otwarte pytanie, dlaczego raz powstała niestabilność prowadzi do quasi-stabilnej deformacji, utrzymującej się przez okres czasu, tak długi w stosunku do czasu charakterystycznego dla zaburzeń powierzchniowych.

3.3 Uwagi końcowe

Rezultaty przedstawionych badań wskazują, że problematyka niestabilności strug wywołanej parowaniem jest bardzo złożona. Możliwe jest pojawianie się różnych form niestabilności przy analogicznych warunkach eksperymentalnych, a nawet tworzenie się quasi-stabilnej, cylindrycznej strugi w warunkach obniżonego ciśnienia zewnętrznego, które zasadniczo sprzyja powstawaniu niestabilności.

Podsumowując, trzeba przyjąć, że w chwili obecnej niemożliwe jest podanie jednoznacznych kryteriów czy też krytycznych wartości bezwymiarowych pozwalających przewidzieć typ niestabilności w funkcji warunków zewnętrznych. Zbyt wiele nieznanego, czy też niemożliwych do precyzyjnego określenia czynników wydaje się mieć wpływ na proces powstawania tych niestabilności. Można jedynie stwierdzić, że przy wzroście intensywności parowania, spowodowanym na przykład wzrostem prędkości strugi (eksperyment ze strugą eteru w powietrzu), czy też obniżeniem ciśnienia zewnętrznego (struga alkoholu) prawdopodobieństwo powstania pierwszych niestabilności powierzchni wzrasta.

Efekt Marangoniego spowodowany gradientami temperatury u wylotu dyszy wydaje się być głównym mechanizmem inicjującym powstanie i wzmocnienie niestabilności parującej powierzchni. Jeśli amplituda tych pierwszych zaburzeń okaże się wystarczająco duża, inne mechanizmy dyskutowane powyżej mogą powodować dalsze narastanie deformacji powierzchni, aż do całkowitej jej destrukcji. Jedną z form takiej destrukcji jest utworzenie

się quasi-stabilnych błon silnie schłodzonej cieczy otaczających główny rdzeń strugi. W takiej sytuacji możliwości opisu przy pomocy obecnych modeli teoretycznych kończą się całkowicie. Wydaje się więc, że w obecnej chwili poszerzenie wiedzy o mechanizmach związanych z pojawianiem się i rozwojem omawianych niestabilności wymaga przede wszystkim dalszych badań eksperymentalnych.

æ

4. Oscylacje kropli cieczy w powietrzu

Problem oscylującej kropli cieczy budzi zainteresowanie fizyków od przeszło stulecia [48, 72]. Obok wizualnej atrakcyjności zjawiska zainteresowanie tym problemem ma również głębsze podstawy. Zachowanie się kropli jest dla teoretyka przykładem problemu o dobrze zdefiniowanych warunkach brzegowych. Cały obszar przepływu ograniczony jest bowiem do dobrze określonej zamkniętej objętości, a wszystkie działające siły są ograniczone jedynie do tego obszaru. Złożoność samej mechaniki drgań kropli związana ze sprzężeniem pól prędkości i ruchomymi warunkami brzegowymi tworzy interesujący układ nieliniowy [25, 61]. Dla fizyka jest to przede wszystkim modelowy problem przepływu cieczy ze swobodną powierzchnią występujący w olbrzymiej liczbie bardziej złożonych zagadnień, takich jak zawiesiny, pęcherze, rozpylanie cieczy, kondensacja czy parowanie. Proces oscylacji kropli determinuje prosty mechanizm wymiany energii kinetycznej (energii przepływu) oraz energii powierzchniowej (napięcie powierzchniowe). Parametry powstałego układu drgającego zależą od własności cieczy, gęstości, napięcia powierzchniowego i lepkości. Dzięki temu oscylująca kropla może się również stać narzędziem pomiarowym do bezdotykowego wyznaczania parametrów cieczy [37, 40], czy nawet składu powierzchni, jej własności fizykochemicznych [82], czy temperatury - jeśli wykorzystamy unikalną możliwość pomiaru dynamicznych zmian napięcia powierzchniowego. Wymaga to jednak posiadania odpowiednich narzędzi eksperymentalnych i teoretycznych pozwalających na precyzyjny opis zjawiska i jego prawidłową interpretację. W niniejszym rozdziale podsumujemy rezultaty naszych dotychczasowych poszukiwań, których perspektywicznym celem jest opracowanie podstaw dla praktycznej metody pozwalającej na wykorzystanie oscylującej kropli do dynamicznego monitorowania warunków termodynamicznych panujących na parującej powierzchni. W rezultacie tych badań opracowano metodę pomiarową pozwalającą na rejestrację i precyzyjny opis drgań kropli [3, 37] oraz szereg modeli teoretycznych [3, 4, 5] umożliwiających pełną analizę uzyskanych pomiarów. W kolejnych paragrafach zostaną przedstawione główne idee metody eksperymentalnej i opracowanych modeli. Na zakończenie podamy kilka przykładów możliwych zastosowań metody oscylującej kropli do badań własności cieczy.

4.1 Eksperyment

Idea naszej metody pomiarowej[3] opiera się na cyfrowej rejestracji drgań kropli i komputerowej analizie uzyskanych obrazów. Stanowisko pomiarowe służące do badań ma konstrukcję analogiczną do opisanego na wstępie (rozdz.1.1). W badaniach korzystano z jednej kamery video typu CDD, co umożliwia obserwację dwuwymiarowego przekroju

Ciecz	skład	ν	σ	ϱ	Re_{100}
		$[mm^2/s]$	$[mN/m]$	$[kg/m^3]$	-
Woda	W	1,0	72,6	1000	85,3
Alkohol	A	1,48	22,5	803	35,8
MIX D	G-W	11,24	65,6	1161	6,7
MIX E	G-A	43,6	30,5	1081	1,2
MIX G	G-W	46,0	65,8	1209	1,6
MIX H	G-A	20,3	27,8	1030	2,6
MIX J	G-W	18,6	66,0	1180	4,0
MIX K	G-A	6,0	25,6	926	8,7
MIX L	G-W	5,7	68,5	1128	13,7

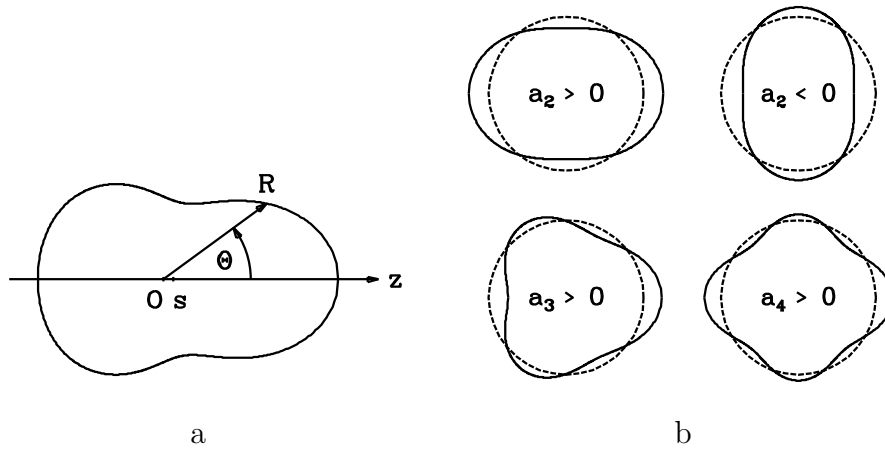
Tablica 4.1: Zestawienie cieczy stosowanych w doświadczeniach z oscylującą kroplą. Oznaczenia: A- alkohol, W- woda, G- gliceryna wskazują skład stosowanych roztworów. Re_{100} - liczba Reynoldsa dla oscylującej kropli o promieniu $100\mu m$.

kropli. Ogranicza to stosowalność metody do drgań osiowo-symetrycznych o osi symetrii równoległej do płaszczyzny obrazu. W przeprowadzanych eksperymentach ograniczenie to nie jest bardzo istotne, gdyż krople są generowane przez kontrolowany rozpad strugi i ich drgania wyznaczają jej osiową symetrię. Istnieje również możliwość korzystania z drugiej, umieszczonej prostopadle kamery. Pozwala to na rekonstrukcję drgań powierzchni, jeśli ich oś symetrii nie jest równoległa do płaszczyzny obrazu. Powoduje to jednak podwojenie liczby rejestrowanych obrazów jak i czasu ich zapisu.

Badania drgań kropli przeprowadzono dla wody, alkoholu etylowego oraz szeregu cieczy będących roztworami tych ostatnich z gliceryną. Uzyskany dzięki temu szeroki zakres zmienności lepkości miał na celu weryfikację modeli teoretycznych pod kątem ich przydatności dla różnych reżimów tłumienia drgań. Typowy wymiar kropeł wynosił ok. $100 - 400\mu m$, co pozwala na pominięcie wpływu efektów aerodynamicznych. Parametry niektórych ze stosowanych cieczy przedstawia tablica 4.1.

Krople oświetlane impulsami światła z diod typu LED obserwowano w świetle przechodzącym, tzn. rejestrowany obraz przedstawia ich ciemny kontur. Obrazy kropeł przechowywane są na dyskach magnetycznych w postaci 8-bitowego zapisu cyfrowego zawierającego 768×512 punktów. Powszechnie stosowaną metodą rejestracji była opisana wcześniej metoda fazowo-stroboskopowa (rozdz. 1.2). Jej zalety to łatwa identyfikacja obiektu (jednokrotna ekspozycja), prostota, swoboda w wyborze kroku czasowego oraz możliwość interaktywnej kontroli zjawiska. Ponieważ zapis pojedynczego obrazu na dysku komputera trwa około 3 sekund, rejestracja 200-300 obrazów koniecznych dla zapisu kilku okresów oscylacji zajmuje kilkanaście minut. Oznacza to, że w tym czasie warunki eksperymentu muszą pozostać idealnie stabilne. Jest to podstawowa trudność eksperymentalna. W wypadku gdy uzyskanie powtarzalności nie było możliwe (np. intensywnie parująca kropla), konieczne było stosowanie metody wielokrotnej ekspozycji.

Analiza obrazu kropli polega na całkowicie zautomatyzowanym procesie detekcji brzegów jej konturu, identyfikacji i weryfikacji punktów tego konturu. Następnie do wyselekcjono-



Rysunek 4.1: Układ współrzędnych - (a), i przykłady przekrojów kropli dla czterech pierwszych amplitud deformacji (b).

wanych punktów zostaje dopasowana krzywa opisująca przekrój zdeformowanej osiowo-symetrycznie kropli w postaci sumy wielomianów Legendre'a $P_l(\cos \theta)$:

$$R(\theta, t) = R_0 \left(\delta(t) + \sum_{l=2}^{l_0} a_l(t) P_l(\cos \theta) \right) \quad (4.1)$$

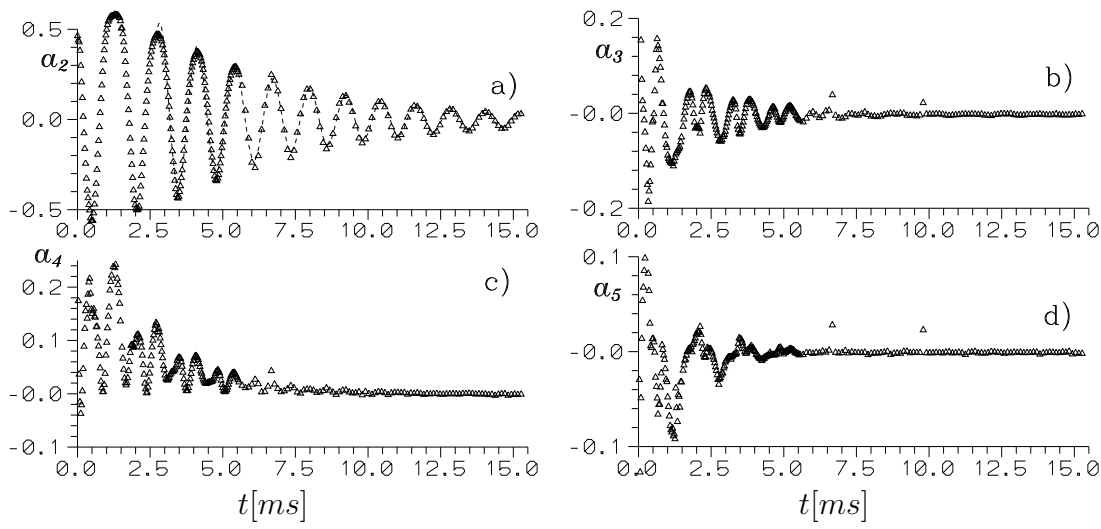
Funkcja $\delta(t)$ zdefiniowana jest w oparciu o warunek zachowania stałej objętości dla zdeformowanej kropli:

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 = 2\pi \int_0^\pi \frac{R^3(\theta, t)}{3} \sin \theta d\theta \quad (4.2)$$

Podstawowym modem deformacji jest kształt zbliżony do elipsoidy obrotowej, który funkcja 4.1 opisuje dla $l = 2$. Liczba członów l_0 zależy od rodzaju deformacji. Przykłady kształtów kropli dla kilku pierwszych amplitud deformacji $a_l(t)$ ilustruje rys. 4.1a.

Dla typowych deformacji swobodnej kropli wystarcza ograniczenie sumy (4.1) do kilku pierwszych składników ($l_0 = 5 \div 10$). Stopniami swobody (4.1) będącymi parametrami dopasowywania są obok amplitud a_l , współrzędne geometrycznego środka kropli i kąt nachylenia osi współrzędnych. Interesującym nas rezultatem są wartości amplitud a_l oraz ekwiwalentny promień kropli R_0 . Pozwala to na łatwy i jednoznaczny opis kształtu, i jego porównanie z przewidywaniami modeli teoretycznych. Dodatkową uzyskiwaną informacją jest położenie środka masy zdeformowanej kropli, co umożliwia dokładne określenie jej prędkości translacyjnej.

Typowy przykład rezultatu analizy obrazów drgającej kropli przedstawia rys.4.2. Na rysunku przedstawiono przebiegi w czasie trzech pierwszych amplitud funkcji (4.1), zarejestrowane dla kropli alkoholu o średnicy $202\mu m$. Możemy zauważyć, że wprawdzie zmienność amplitudy modu podstawowego (a_2) w dużym stopniu przypomina przebieg sinusoidalny, charakterystyczny dla oscylatora harmonicznego, to amplitudy wyższych modów (a_3, a_4) mają charakter typowy dla drgań nieliniowych. Można wyróżnić charakterystyczną modulację częstości i asymetrię dodatnich i ujemnych odchyłeń, obecnych przy bliższej analizie również dla a_2 . Amplituda a_4 jest dodatkowo praktycznie zawsze dodatnia, nawet przy



Rysunek 4.2: ($\diamond$) - amplituda deformacji a_l w funkcji czasu zmierzona dla drgającej kropli alkoholu; $R_0 = 202\mu m$. (a) - $l = 2$, (b) - $l = 3$, (c) - $l = 4$, (d) - $l = 5$. (- - -) dopasowana dla a_2 funkcja (4.3) o parametrach: $\Omega_2 = 5275s^{-1}$, $\tau_2 = 5,177ms$, $\alpha_2 = -0,87$, $\beta_2 = 0,4$.

asymptotycznie zanikającej wartości. Jest to typowa charakterystyka nieliniowa zaobserwowana dla badanych kropli, świadcząca o obecności sprzężeń modów wyższego rzędu z a_2 . Celem uzyskania jakościowego obrazu występujących efektów, na rys.4.2 pokazano dla a_2 linią przerywaną przebieg funkcji (4.3) symulującej zachowanie się nieliniowego oscylatora typu $x'' + ax^2 + bx + cx'$, w którym dryf częstotliwości ($\Omega_l \times \alpha_l$) i asymetria odchyłeń (β_l) zanikają z kwadratem amplitudy [3].

$$a_l(t) = A_l \sin\{\Omega_l(\sqrt{1 - (\Omega_l\tau_l)^{-2}} + \alpha_l A_l^2)t + \varphi_l\} + \beta_l A_l^2 \quad (4.3)$$

Tłumienie amplitudy wyraża zależność $A_l(t) = A_{0l} \exp(-t/\tau_l)$.

Otrzymane w wyniku dopasowania funkcji (4.3) wartości współczynników α i β (por. rys.4.2) wskazują, że ze wzrostem amplitudy drgań ich częstość maleje, a asymetria sił powoduje szybszy przyrost odchyłeń dodatnich niż ujemnych.

Dokładna interpretacja tych efektów wymaga stworzenia odpowiedniego modelu teoretycznego uwzględniającego nieliniowość równań ruchu i wpływ lepkości cieczy.

4.2 Modele teoretyczne

Znalezienie opisu zachowania się oscylującej kropli wymaga rozwiązania standardowego w mechanice płynów układu równania ciągłości i równań Naviera-Stokesa:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (4.4)$$

$$\hat{A} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \hat{A}^2 (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla p + \hat{A} \text{Re}^{-1} \nabla^2 \vec{v} \quad (4.5)$$

Ponieważ przepływ jest wywołany ruchem powierzchni, wygodnie jest zdefiniować liczbę Reynoldsa w następujący sposób:

$$Re = \frac{1}{\nu} \sqrt{\sigma R_0 / \rho}, \quad (4.6)$$

Równanie (4.5) zapisano w postaci bezwymiarowej, przy czym promień kropli R_0 został użyty jako długość charakterystyczna. Jednostka czasu T_0 zdefiniowana jest przez:

$$T_0 = \sqrt{\rho R_0^3 / \sigma} \quad (4.7)$$

Ponieważ prędkość przepływu zależy od odkształcenia powierzchni, dodatkowo względne maksimum deformacji $\hat{\mathcal{A}}$ służy jako wielkość skalująca prędkość.

Jeżeli ograniczymy się do deformacji osiowo-symetrycznych, powierzchnię kropli można jednoznacznie opisać funkcją $R(t, \theta)$ zdefiniowaną równaniem (4.1). Pole przepływu w objętości zamkniętej przez $R(t, \theta)$ oprócz równań (4.4, 4.5) musi dodatkowo spełniać warunki brzegowe. Ruch powierzchni i prędkość cieczy są sprzężone kinematycznym warunkiem brzegowym

$$\frac{d}{dt}(R(\theta, t) - r) = 0 \big|_{r=R}, \quad (4.8)$$

warunkiem znikania składowej stycznej tensora naprężeń T

$$(T \vec{n}) \cdot \vec{t} = 0 \big|_{r=R}, \quad (4.9)$$

oraz warunkiem równowagi składowej normalnej T i ciśnienia powierzchniowego

$$(T \vec{n}) \cdot \vec{n} = 2\sigma H \big|_{r=R}, \quad (4.10)$$

gdzie H jest średnią krzywizną powierzchni kropli.

Ze względu na efekty nieliniowe związane zarówno z członami bezwładnościowymi równań ruchu, jak i sprzężeniem kinematyki powierzchni i pola prędkości, rozwiązanie układu równań (4.4-4.10) nie jest problemem trywialnym.

Zakładając, że amplituda drgań jest mała ($\hat{\mathcal{A}} \rightarrow 0$) oraz zaniehbując wpływ lepkości ($Re \rightarrow \infty$), udaje się problem zredukować do liniowego układu równań dających się rozwiązać analitycznie. Takie rozwiązanie dla przepływu potencjalnego zaproponował przeszło sto lat temu Lord Rayleigh [72]. W tym liniowym przybliżeniu częstość kątową drgań powierzchni opisanej szeregiem wielomianów Legendra (4.1) wyraża prosta zależność:

$$\Omega_l^2 = \frac{\sigma l(l-1)(l+2)}{\rho R_0^3}, \quad (4.11)$$

Pół wieku później Lamb [55] uzupełnił ten potencjalny model dodając element tłumienia lepkiego. Przepływ ze swobodną powierzchnią jest wyjątkiem, w którym przyjęcie założenia ruchu potencjalnego nie redukuje całkowicie całki dysypacji energii. Członem, który pozostaje jest całka po powierzchni. Pozwoliło to na znalezienie stałej tłumienia drgań kropli w tak zwanym przybliżeniu bezwirowym:

$$\tau_l = \frac{R_0^2}{\nu(l-1)(2l+1)} \quad (4.12)$$

Zależność (4.12) wskazuje na bardzo istotny z praktycznego punktu widzenia fakt, że wyższe mody drgań są znacznie silniej tłumione. Oznacza to, że ograniczenie w opisie kształtu kropli (4.1) do kilku pierwszych amplitud jest całkowicie uzasadnione i jeśli nawet wskutek celowego pobudzenia w drganiach kropli występują początkowo wyższe mody, ich wpływ zanika bardzo szybko.

Pełne uwzględnienie lepkości płynu, ale nadal w przybliżeniu liniowym, opracowali na początku lat 60-tych Reid [74] i Chandrasekhar [11]. Pozwoliło to wyznaczyć granicę przy której silnie tłumione drgania przechodzą w aperiodyczny powrót do stanu równowagi. Dla modu podstawowego ($l = 2$) granica ta odpowiada w naszej nomenklaturze liczbie Reynoldsa $Re_k = 1, 3$.

Prosperetti [67, 68, 69] zwrócił uwagę, że dynamikę lepkiej kropli wyznacza dyfuzja wirowości generowanej na ruchomej powierzchni. Dla małej lepkości cieczy proces dyfuzji wirowości jest bardzo powolny i w początkowej fazie drgań ($t \rightarrow 0$) wpływ cienkiej warstwy wirowej na powierzchni może być w liniowym przybliżeniu wystarczająco dokładnie modelowany bezwirowym przybliżeniem Lamba (4.11-4.12). W miarę upływu czasu¹, dyfundująca w głąb kropli wirowość modyfikuje zarówno częstotliwość oscylacji jak i współczynnik tłumienia. W drugim granicznym przypadku, dla długich czasów ($t \rightarrow \infty$), ruch opisuje poprawnie liniowy model lepkiej kropli zaproponowany przez Reida i Chandrasekhara.

Jest oczywiste, że przybliżenie liniowe ma bardzo ograniczone znaczenie praktyczne. Obok pominięcia członów bezwładnościowych równań ruchu wiąże się ono z zakładaniem warunków brzegowych na niezdeformowanej powierzchni (kuli). Pierwsze dokładne pomiary drgań kropeł [3, 78] pokazały rzeczywiście, że obecność efektów nieliniowych jest już zauważalna jeśli amplituda drgań podstawowych osiąga 10% promienia kropli. Jak wspomnieliśmy w poprzednim paragrafie, obok nawet słabych efektów nieliniowych podstawowego modu drgań obserwacje wskazują na występowanie wzbudzenia wyższych modów i związane z tym efekty nieliniowe [3]. Liniowe przybliżenie zakładające superpozycje niezależnych drgań zawodzi całkowicie dla tych modów.

Jedną z pierwszych prób modelowania nieliniowych drgań nielepkiej kropli podjęli Tsamopoulos i Brown [79], wskazując na fakt zmniejszania się częstotliwości drgań podstawowych kropli w miarę wzrostu amplitudy odkształceń². Model uwzględniający w pełni efekty nieliniowe w przybliżeniu nielepkim zaprezentowany w naszej pracy [3] potwierdził ten efekt wskazując również na obecność silnych efektów nieliniowych widocznych dla wyższych modów drgań. Porównanie z eksperymentem pokazuje, że przybliżenie nielepkie całkowicie zawodzi dla wyższych modów drgań. Ze względu na znacznie większy wpływ lepkości na tłumienie, amplituda drgań własnych tych modów gwałtownie maleje. Równocześnie wskutek znacznej przewagi energetycznej modu podstawowego jego wpływ na wyższe mody rośnie z upływem czasu i w końcowej fazie drgań staje się dominujący. Pełne uwzględnienie lepkości i efektów nieliniowych przez Basarana [1] i w naszej pracy z Beckerem [4] potwierdziło, że zaobserwowane [3] sprzężenia modów wyższego rzędu z modem podstawowym są w dużej mierze wynikiem oddziaływań lepkich. Wpływ lepkości powoduje również zmienność częstotliwości drgań jak i ich tłumienia w miarę upływu czasu; najsilniej objawia się to dla wyższych modów. Przykładem takiego nieliniowego

¹Odwrotności liczby Reynoldsa $1/Re$ wyznacza charakterystyczny czas dla dyfuzji wirowości.

²Efekt modelowany w poprzednim paragrafie parametrem α_l .

zachowania jest obserwowana (por. rys 4.2) anomalia dla a_4 . Nasze obliczenia modelowe, przedstawione w pracach [4, 5], w pełni potwierdzają, że jest to rzeczywisty efekt związany z silnym sprzężeniem tego modu z wysoko energetycznym modem podstawowym. Dla cieczy lepkiej powoduje ono, że nawet dla infityzmalnie małych amplitud liniowe przybliżenie nie ma zastosowania dla modu a_4 , i jego amplituda drgań pozostaje silnie asymetryczna w stosunku do położenia równowagi.

Jak już wcześniej powiedziano, podstawowym celem badań jest znalezienie dokładnej ale i praktycznej w zastosowaniu metody opisu teoretycznego obserwowanych drgań kropli, tak by z jego pomocą można było zbudować narzędzie badawcze eksperymentatora. Modele ściśle numeryczne (np. [1, 57]) dostarczają rozwiązania dla dyskretnej liczby punktów, trudne do porównania z eksperymentem. Jeszcze trudniejszy w realizacji staje się interaktywny sposób rozwiązywania równań, tak by w rezultacie znaleźć szukane parametry cieczy. Dlatego w obecnych badaniach skupiono się na tym, aby zachowując naturalny opis powierzchni kropli przy pomocy funkcji (4.1), sprowadzić problem do zadania na znalezienie współczynników rozwinięcia a_l . W rezultacie stworzono trzy modele opisujące nieliniowe drgania lepkiej kropli, których główne charakterystyki są przedstawione poniżej.

4.2.1 Przegląd stosowanych modeli własnych

M1 - kompletny model nieliniowych drgań lepkiej kropli

Główna idea pół-analitycznego modelu uwzględniającego pełny wpływ efektów lepkich i nieliniowych [2, 4] opiera się na wykorzystaniu standardowej zasady wariacyjnej Gaussa do układu równań ruchu przy więzach zdefiniowanych przez warunki brzegowe (4.8)-(4.10). Dla płynu o stałej gęstości wygodnie jest zastąpić równania ruchu (4.4)-(4.5) równaniem transportu wirowości:

$$\partial_t \vec{\omega} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{\omega}) - \nu \nabla \times \nabla \times \vec{\omega}, \quad \vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}. \quad (4.13)$$

W rozpatrywanym przypadku osiowo-symetrycznym ograniczymy się do deformacji powierzchni kropli opisanej parametrami $a_2 \dots a_{l_0}$ (4.1). Korzystając z zaproponowanego przez Brosa [7, 8] rozwinięcia, pozwalającego na rozdzielenie części potencjalnej i części wirowej pola przepływu, poszukujemy rozwiązania dla składowych prędkości $\vec{v}$ i wirowości $\vec{\omega}$ w postaci skończonych szeregów typu:

$$\vec{v}(r, \theta, t) = \sum_{l=1}^{l_0} \sum_{i=1}^{i_0} B_{il}(t) \vec{b}_{il}(r, \theta; a_2 \dots a_{l_0}) + \sum_{l=1}^{l_0} c_l(t) \vec{c}_l(r, \theta), \quad (4.14)$$

$$\vec{\omega}(r, \theta, t) = \sum_{l=1}^{l_0} \sum_{i=1}^{i_0} B_{il}(t) \nabla \times \vec{b}_{il}(r, \theta; a_2 \dots a_{l_0}). \quad (4.15)$$

Przy wykorzystaniu warunków brzegowych, występujące w tych równaniach funkcje pomocnicze $\vec{b}_{il}$, $B_{il}(t)$ i $\vec{c}_l(r, \theta)$, można wyrazić w postaci szeregów funkcji analitycznych sparametryzowanych przy pomocy amplitud deformacji a_l i pola prędkości c_l , $B_{il}(t)$.

Poszukiwanie rozwiązania sprowadza się do poszukiwania minimum błędu dla całki objętościowej równania transportu (4.13) i całek powierzchniowych równań wyrażających

warunki brzegowe³. Minimalizacja tych całek prowadzi do układu $l_0 + i_0 \times l_0 - 1$ równań różniczkowych zwyczajnych dla poszukiwanych parametrów rozwinięcia powierzchni i pola prędkości. Wybór optymalnych granic (l_0, i_0) dla szeregów rozwinięcia jest kompromisem między dokładnością a czasem obliczeń. Zaletą metody jest możliwość bezpośredniej kontroli dokładności rozwiązania przez ocenę wielkości otrzymanego minimum dla całek równań ruchu. W związku z tym dobór optymalnych granic l_0 i i_0 jest łatwy do przeprowadzenia. Typowe wartości tych parametrów w przeprowadzonych obliczeniach wynosiły $i_0 = 3, l_0 = 6$.

Procedura obliczeniowa polega na rozwiązaniu dla każdego kroku czasowego układu równań zwyczajnych i znalezieniu warunków początkowych dla kroku następnego. Monitorując zachowanie się błędu minimalizacji można dobrać optymalny krok czasowy. Dla rozpoczęcia obliczeń konieczna jest znajomość początkowej deformacji powierzchni ($a_2 \dots a_{l_0}$) oraz prędkości na powierzchni ($\dot{a}_2 \dots \dot{a}_{l_0}$). Dzięki przyjęciu w eksperymencie identycznej parametryzacji, wielkości te mogą być dla przeprowadzonych badań łatwo wyznaczone. Do warunków początkowych układu równań oprócz prędkości potrzebna jest również wartość wirowości $\vec{\omega}$. Wielkość ta nie może być określona na podstawie obserwacji ruchu powierzchni. Wpływ początkowej wartości wirowości na dalszy przebieg procesu oscylacji jest jednak bardzo mały i szybko zanika w czasie. Przyjmując, że w chwili początkowej przepływ jest potencjalny i wirowość skoncentrowana jest jedynie w cienkiej warstwie brzegowej, warunki początkowe dla pola wirowości możemy wyznaczyć na podstawie znanej wartości a_l i $\dot{a}_l$. Porównanie z eksperymentem wykazało, że jest to zupełnie wystarczające przybliżenie.

Przeprowadzenie obliczeń drgań kropli z wykorzystaniem w/w modelu (M1) nie wymaga dużych zasobów komputerowych. Wymagania pamięciowe wynoszące około 2Mbyków mogą zostać łatwo spełnione przez przeciętny komputer typu PC486. Czas obliczeń zależy od wielkości kroku czasowego (a ten od amplitudy drgań) oraz oczywiście od długości symulowanego przebiegu. W praktyce są to jednak czasy rzędu kilkunastu godzin. Z tego powodu nie zawsze stosowanie modelu jest praktyczne i w wielu wypadkach przedstawione poniżej prostsze modele oferują podobną dokładność obliczeń w znacznie krótszym czasie. Posiadanie jednak kompletnego modelu nieliniowych drgań lepkiej kropli, po jego weryfikacji z pomocą przeprowadzonych eksperymentów, umożliwia nam generowanie przebiegów będących później punktem odniesienia dla oceny prostszych modeli.

M2-nieliniowy model bezwirowy drgań kropli

Stosowanie pełnego modelu lepkiego M1 jak już wspomniano jest bardzo czasochłonne. W praktyce nie zawsze jest konieczne modelowanie przepływu lepkiego w całej objętości kropli. Jak wspomniano, efekty lepkie uwidaczniają się po czasie charakterystycznym koniecznym dla dyfuzji w głąb kropli wirowości generowanej na powierzchni. Dla dużych liczb Reynoldsa czas ten może być znacznie dłuższy od czasu wygaśnięcia drgań. Uproszczenie obliczeń przez ograniczenie wpływu lepkości do cienkiej warstwy brzegowej (przybliżenie bezwirowe Lamba), przy zachowaniu wszystkich efektów nieliniowych doprowadziło do stworzenia drugiego modelu (M2) drgań kropli [5].

³Ze względu na symetrię osiową w rzeczywistości całki powierzchniowej i liniowej.

Podstawowym równaniem modelu (M2) jest równanie energii opisujące zmianę całkowitej energii układu (energii kinetycznej E i potencjalnej V) w wyniku dysypacji lepkiej:

$$\frac{d}{dt}(E + V) = -\frac{\nu}{2} \sum_{l,m=2}^{l_0} Q_{lm}(a_2 \dots a_{l_0}) \dot{a}_l \dot{a}_m, \quad (4.16)$$

gdzie tensor dysypacji Q jest dany całką po powierzchni kropli:

$$Q_{lm} = 2\rho \int_S \{ (\nabla \Phi_l \cdot \nabla) \nabla \Phi_m + (\nabla \Phi_m \cdot \nabla) \nabla \Phi_l \} dS. \quad (4.17)$$

Funkcje Φ_l są potencjałami prędkości, danymi w postaci szeregu będącego sumą cząstkowych rozwiązań równania Laplace'a.

$$\Phi_l = \sum_{i=1}^{i_{max}} c_{li}(a_2 \dots a_{l_0}) r^i P_i(\cos \theta), \quad (4.18)$$

gdzie współczynniki szeregu c_{il} możemy wyznaczyć z kinematycznego warunku brzegowego (4.8) jako funkcję parametrów powierzchni opisanej w postaci (4.1).

Równania ruchu wynikające z układu równań Lagrange'a drugiego rodzaju

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial(E - V)}{\partial \dot{a}_l} - \frac{\partial(E - V)}{\partial a_l} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{a}_l} \frac{d(E + V)}{dt}, \quad l = 2 \dots l_0. \quad (4.19)$$

prowadzą do układu $l_0 - 1$ zwyczajnych równań różniczkowych dla szukanych amplitud a_l :

$$\sum_{m=2}^{l_0} M_{lm} \ddot{a}_m = \sum_{n,m=2}^{l_0} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial M_{nm}}{\partial a_l} - \frac{\partial M_{ml}}{\partial a_n} \right) \dot{a}_n \dot{a}_m - \frac{\partial V}{\partial a_l} - \frac{\nu}{2} \sum_{m=2}^{l_0} Q_{lm} \dot{a}_m. \quad (4.20)$$

M_{lm} jest tzw. tensorem masowym, którego składowe są znanymi funkcjami odkształceń powierzchni a_l .

Numeryczne rozwiązanie tego układu równań metodą Runge-Kutta nie przedstawia większych trudności i pozwala na znacznie szybszą symulację drgań kropli niż miało to miejsce w przypadku modelu M1. Ograniczenia wynikające z przyjęcia przybliżenia bezwirowego wymagają jednak wyryfikacji zakresu stosowalności tego modelu.

Prosty „mechaniczny” model drgań kropli

Dalszym uproszczeniem procedury obliczeniowej dla przybliżenia bezwirowego jest tzw. model zredukowany [5], będący konsekwencją zastosowania metod graficznych do analizy typowych przebiegów czasowych dla amplitud odkształceń powierzchni.

Traktując równanie (4.20) jako uogólnione równanie oscylatora typu

$$\ddot{a}_l + A a_l + B \dot{a}_l + \sum_n^{l_0} C_{ln} a_l a_n + \sum_n^{l_0} D_{ln} \dot{a}_l \dot{a}_n = 0 \quad (4.21)$$

możemy przeanalizować, które ze współczynników C_{nl} i D_{nl} członów nieliniowych ogrywają istotną rolę.

Procedurę taką przeprowadzono graficznie poszukując korelacji między amplitudami drgań i ich pochodnymi w wielowymiarowej przestrzeni fazowej utworzonej z przebiegów zmierzonych lub wygenerowanych przy pomocy modelu M1. Okazuje się, że procedura ta wyraźnie pokazuje, które kombinacje amplitud i ich prędkości mają istotny wkład do nieliniowego zachowania się drgań. Pozwala to skonstruować bardzo prosty, ale jak się okazuje, w wielu zastosowaniach wystarczająco dokładny model oscylatora o stałych współczynnikach liczbowych członów nieliniowych. Dla pierwszych dwóch amplitud równania (4.21) redukują się do:

$$\ddot{a}_2 + \frac{8}{T_o^2}(1 - [1.36 \pm 0.04]a_2)a_2 + \frac{10}{ReT_o}\dot{a}_2 - [0.6 \pm 0.1]\dot{a}_2^2 = 0 \quad (4.22)$$

$$\ddot{a}_3 + \frac{30}{T_o^2}(1 - [1.53 \pm 0.09]a_2)a_3 + \frac{28}{ReT_o}\dot{a}_3 = 0, \quad (4.23)$$

gdzie skala czasowa T_o i liczbą Reynoldsa Re są zdefiniowane w (4.7) i (4.6).

Liczby podane wytłuszczonym drukiem są rezultatem analizy graficznej. Dla drgań liniowych ich wartość jest równa zero i powyższe równania opisują przybliżenie Lamba (4.11). Przebiegi wygenerowane dla zerowych współczynników oznaczyliśmy dalej jako model liniowy M3.

Znalezienie przebiegu drgań na podstawie równań (4.22,4.23) jest sprawą kilkusekundowych obliczeń dla przeciętnego komputera klasy PC486. Umożliwia to modelowanie wyników pomiaru przy pomocy procedury optymalizacyjnej pozwalającej na automatyczne dopasowywanie parametrów cieczy wchodzących w skład współczynników równania. Jest to istotny element tego modelu, który w zakresie swojej stosowalności umożliwia praktyczne wykorzystanie metody oscylującej kropli jako prostego narzędzia pomiarowego.

Zasadniczo założenia modelu zredukowanego czynią go równoważnym modelowi M2. Jednak empiryczny charakter współczynników członów nieliniowych, uzyskanych jedynie dla wybranej grupy pomiarów czy też obliczeń wzorcowych, wymaga dodatkowej weryfikacji zakresu jego stosowalności. W szczególności istotne jest sprawdzenie wpływu lepkości cieczy, której rola została w tym modelu (jak i modelu M2) poważnie ograniczona.

4.2.2 Weryfikacja modeli

Niemal każdy model teoretyczny ma swoje ograniczenia wynikające z przyjętych założeń i idealizacji. Z drugiej strony zazwyczaj trudno jest a priori określić jaki wpływ na zakres stosowalności modelu mają poczynione założenia. Główną trudnością rozwiązywania równań przepływu jest konieczność uwzględnienia efektów nieliniowych. Wpływ tych efektów może być mniej istotny, jeśli człony lepkościowe równań ruchu przeważają. W przypadku drgań kropli ocena wielkości efektów nieliniowych jest trudna i jej wpływ nie może być opisany w prosty sposób jednym parametrem np. liczbą Reynoldsa Re . Dla skończonej amplitudy drgań ($\hat{A} > 0$) trzeba uwzględnić wpływ zarówno członów nieliniowych w (4.5) jak i sprzężenia pola przepływu z ruchem powierzchni przez warunki brzegowe (4.8)-(4.10). Zwykle oceny „silnych“ lub „słabych“ efektów nieliniowych mogą być więc zupełnie błędne. Na przykład, jak widzieliśmy na wstępie, przyjęcie małej amplitudy

jako kryterium nie ma zastosowania dla wyższych modów drgań. Również zmniejszając liczbę Reynoldsa tylko pozornie zbliżamy się do reżimu liniowego, gdyż nie likwiduje to nieliniowości spowodowanej warunkami brzegowymi. Dlatego niezbędnym uzupełnieniem zbudowanych modeli jest ich weryfikacja. Optymalną weryfikację zapewnia eksperyment, szczególnie jeśli brak jest niezależnego, sprawdzonego modelu teoretycznego.

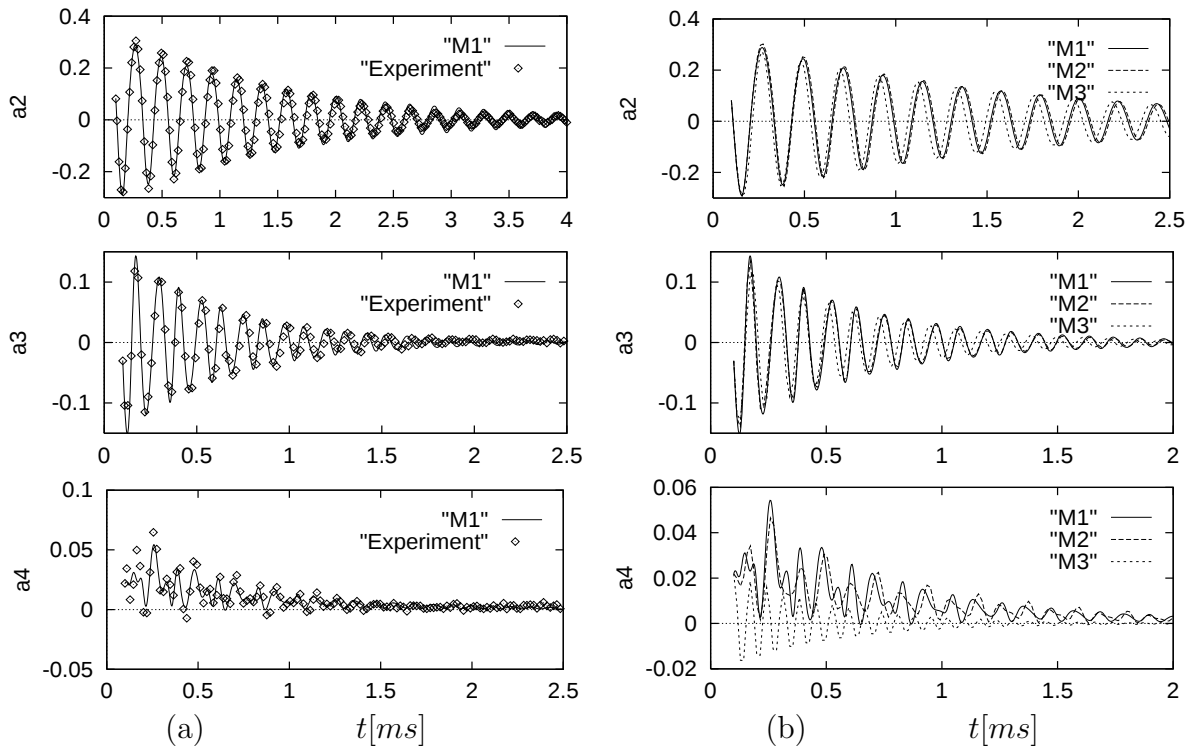
W niniejszym paragrafie przedstawione zostaną przykłady porównań rezultatów pomiarów z wykonanymi obliczeniami, wykorzystującymi wyżej omówione modele. Na wstępie będzie to seria testów dla pełnego modelu M1 przeprowadzona przez porównanie rezultatów symulacji z pomiarami wykonanymi w szerokim zakresie liczb Reynoldsa ($Re = 1,4 \div 100$). Procedura porównania symulacji z wynikami pomiaru polega na wygenerowaniu przebiegów czasowych na podstawie informacji o parametrach fizycznych, interpolowanych wartościach amplitud $a_2 \dots a_5$ oraz ich pochodnych dla wybranego punktu startowego $t = t_0$. Od jakości eksperymentu i dokładności interpolacji zależą tak wybrane warunki początkowe modelu. Wymaga to dodatkowej analizy ewentualnych rozbieżności i wielokrotnej zmiany punktu startowego celem znalezienia ich źródła. Dlatego, dla uproszczenia przy badaniu przydatności pozostałych dwóch modeli bezwirowych (M2 i M3), uzyskany materiał eksperymentalny uzupełniono po zweryfikowaniu modelu M1 wygenerowanymi przebiegami. Deformacja kropli jest wywołana głównie modem podstawowym, którego amplituda przekracza kilkakrotnie amplitudy następnych modów. Z tego też względu jej wartość jest obciążona najmniejszym błędem pomiaru. W zastosowaniach praktycznych (np. do pomiaru parametrów cieczy), znaczenie wyższych modów jest więc niewielkie ze względu na stosunkowo duży błąd ich pomiaru. Jednak odseparowanie ich udziału w obserwowanych deformacjach kropli jest istotne dla poprawnej analizy modu podstawowego⁴.

Zakres małej lepkości: $30 < Re < 100$

Górną granicę zakresu liczb Reynoldsa dla przeprowadzonych pomiarów określają eksperymenty przeprowadzone dla kropeł wody i alkoholu. Mała lepkość cieczy i stosunkowo duże napięcie powierzchniowe pozwala na zaobserwowanie kilkunastu oscylacji modu podstawowego zanim jego amplituda zupełnie zaniknie. Wysoka wartość liczby Reynoldsa zwiększa z jednej strony wagę członów nieliniowych równań ruchu, zmniejszając jednocześnie wpływ dyfuzji warstwy wirowej, a więc spowodowane tym sprzężenia między modami.

Przykład przebiegu pierwszych trzech amplitud $a_2 \dots a_4$ drgającej kropli wody pokazuje rys. 4.3a. Punkty reprezentujące kolejne pomiary deformacji kropli jak i symulacja przy pomocy modelu M1, wykazują niemal całkowitą zgodność dla modów a_2 i a_3 . Różnice występujące dla wyższych modów związane są z ograniczoną rozdzielczością pomiaru (amplitudy poniżej 5%). Wartość amplitudy początkowej jest stosunkowo mała ($a_2 \approx 0.3$). Efekty nieliniowe modu podstawowego odzwierciedla głównie dryf częstotliwości drgań i asymetria dodatnich i ujemnych amplitud (spłaszczonego i wydłużonego odkształcenia). Bardziej widoczne są efekty nieliniowe dla wyższych modów ($l > 2$). Możemy zauważyć charakterystyczne zachowanie się amplitudy a_4 , której wartość pozostaje dodatnia praktycznie w całym analizowanym zakresie. Rys. 4.3b ilustruje

⁴Często w literaturze spotykany opis deformacji jako stosunek dwóch głównych osi kropli nie jest jednoznaczny.



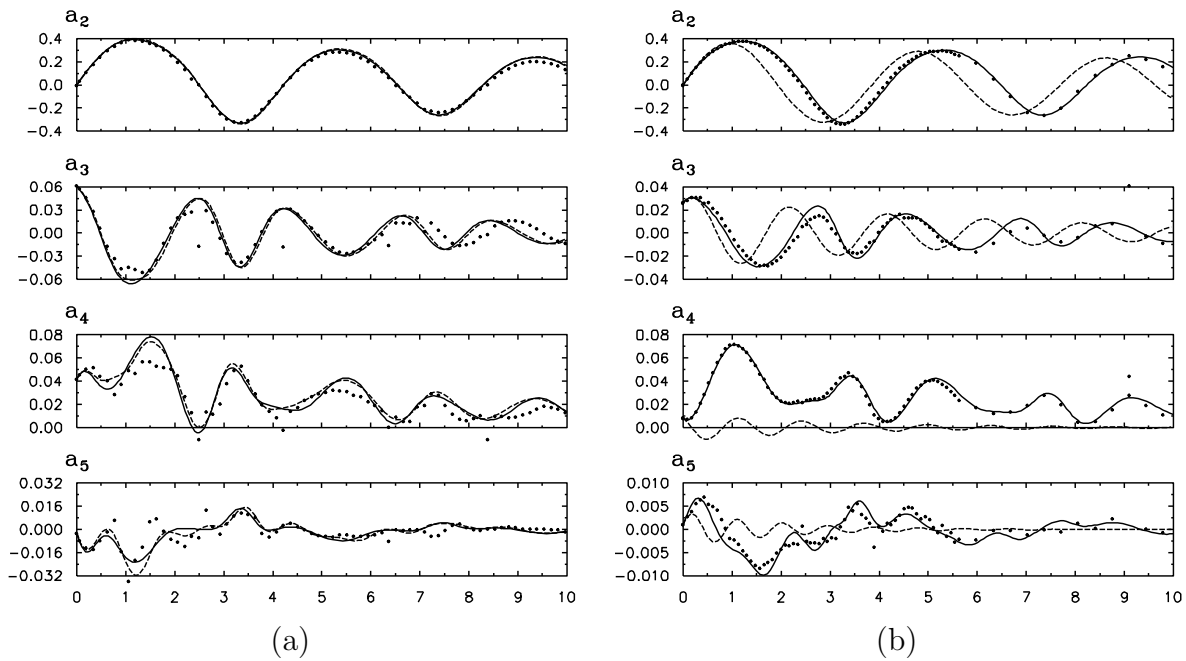
Rysunek 4.3: (a) - zmierzone amplitudy $a_2 \dots a_4$ kropli wody - ($\diamond$); $R_0 = 87\mu m$, $Re = 79$. Linia ciągła - symulacja przebiegu przy pomocy nieliniowego modelu M1. (b) - porównanie nieliniowego modelu M1, bezwirowego przybliżenia M2 i modelu liniowego M3.

obecność efektów nieliniowych dla tego przykładu. Porównanie przebiegów obliczonych przy pomocy obu modeli nieliniowych M1 i M2 z modelem liniowym Lamba (M3) wskazuje, że mimo stosunkowo małej amplitudy rezultat modelu liniowego istotnie odbiega od obu pozostałych (a tym samym i eksperymentu). Największe różnice zarówno dla amplitud jak i częstości oscylacji są widoczne dla a_4 . Natomiast w rozpatrywanym zakresie liczb Reynoldsa zarówno model M1 jak i przybliżenie bezwirowe M2 wydają się być równoważne.

Kolejny przykład na rys. 4.4 ilustruje oscylacje o wyższej amplitudzie dla kropli alkoholu (por. rys.13 i 9 w [4]). Potwierdza się równoważność obu modeli nieliniowych, jednocześnie obserwujemy dalszy wzrost efektów nieliniowych dobrze widocznych przez porównanie z modelem liniowym (rys.4.4b). Bardzo dobre rezultaty w rozpatrywanym zakresie liczb Reynoldsa $30 < Re < 100$ pozwala natomiast uzyskać uproszczony model bezwirowy (4.22). Przebiegi amplitud a_2 i a_3 pokazane na rys. 4.5 uzyskane przy pomocy modelu M1 i modelu uproszczonego są praktycznie identyczne. Stosunek czasu obliczeń wynosi natomiast 10^6 (!).

Zamieszczone w pracy [4] porównania zmierzonych oscylacji kropli alkoholu ($Re \approx 50$) wskazują na bardzo dobrą zgodność przebiegów symulowanych przy pomocy M1 dla amplitud osiągających $a_2 \approx 0,6$. Silne efekty nieliniowe, jakie się pojawiają stanowią jednak granicę stosowalności prostszych modeli bezwirowych (M2 i wersji zredukowanej).

W zakresie średnich amplitud drgań podstawowych ($a_2 < 0,5$) pełny model M1 i obydwa



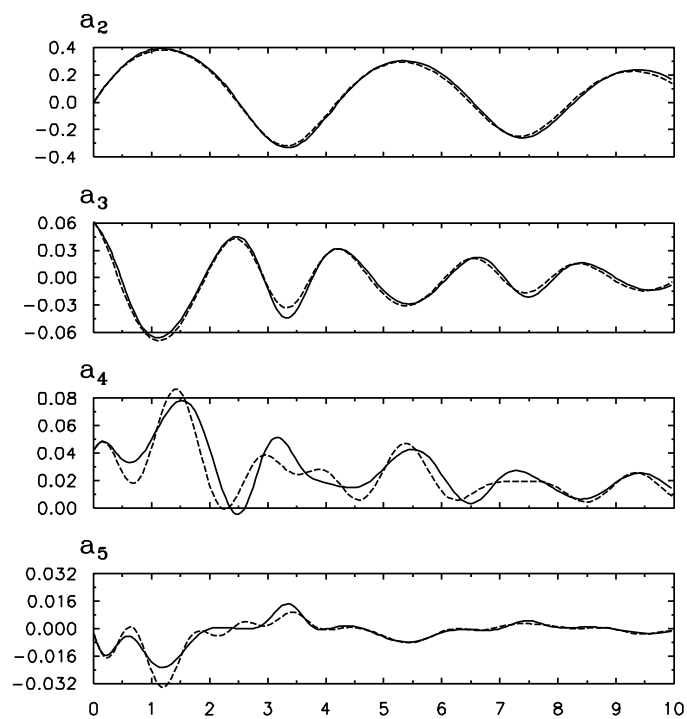
Rysunek 4.4: Zmierzone amplitudy $a_2 \dots a_5$ kropli alkoholu (punkty); (a) - $R_0 = 173 \mu m$, $Re = 46, 8$. (—) - symulacja przebiegu przy pomocy nieliniowego modelu M1, (- - -) model M2; (b) $R_0 = 207 \mu m$, $Re = 51.4$. (—) - model M2, (- - -) liniowy model M3

modele bezwirowe są równoważne, jeśli chodzi o symulację drgań modów a_2 i a_3 . Różnice, które pojawiają się dla wyższych modów, świadczą o wpływie lepkości na oddziaływanie międzymodowe.

Zakres podwyższonej lepkości: $10 < Re < 20$

Zmniejszając liczbę Reynoldsa przez wzrost lepkości cieczy wkraczamy w obszar, w którym wpływ dyfuzji wirowości na przebieg drgań kropli zaczyna odgrywać istotną rolę. Podczas gdy przebiegi generowane przez pełny model M1 nadal pokrywają się z punktami pomiarowymi, przebiegi dla modelu M2 (a w jeszcze większym stopniu dla modelu uproszczonego) wykazują systematyczne odchylenia w kierunku częstości wyższych niż obserwowane w eksperymencie (por. rys. 4.6).

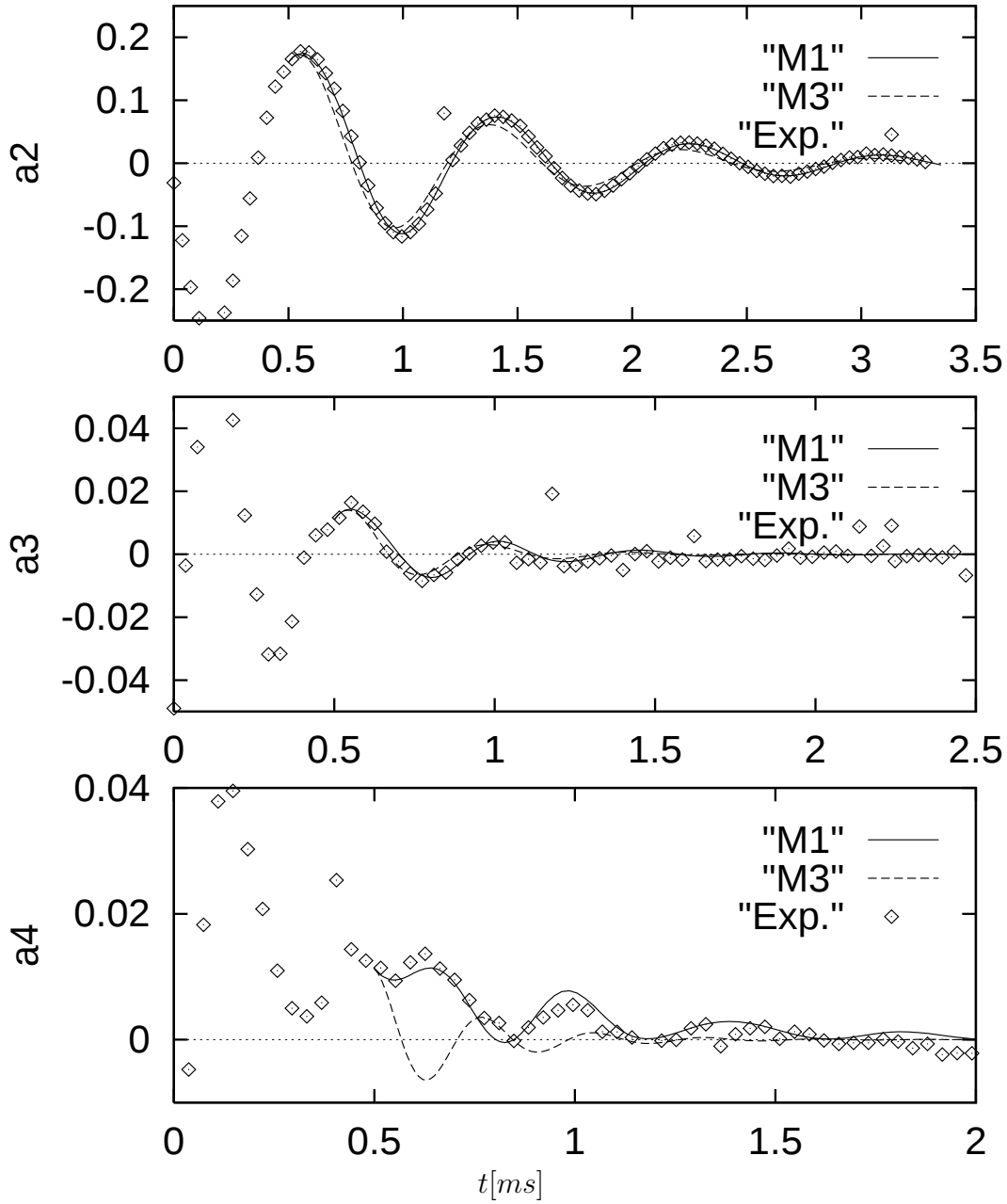
Mimo dalszego zmniejszania liczby Reynoldsa efekty nieliniowe są nadal wyraźnie obecne. Porównanie rezultatów uzyskanych przy użyciu pełnego modelu i modelu liniowego M3 z wynikami eksperymentu dla cieczy MIXK (por. rys.4.7) pokazuje, że mimo małej amplitudy drgań i dużej lepkości ($Re = 11$) oscylacje wyższych modów poważnie odbiegają od drgań liniowych. Mimo małych amplitud i związanych z tym trudności w dokładnym określeniu warunków początkowych, symulacja przeprowadzona z pomocą pełnego modelu M1 przebiega nadal zadawalająco.



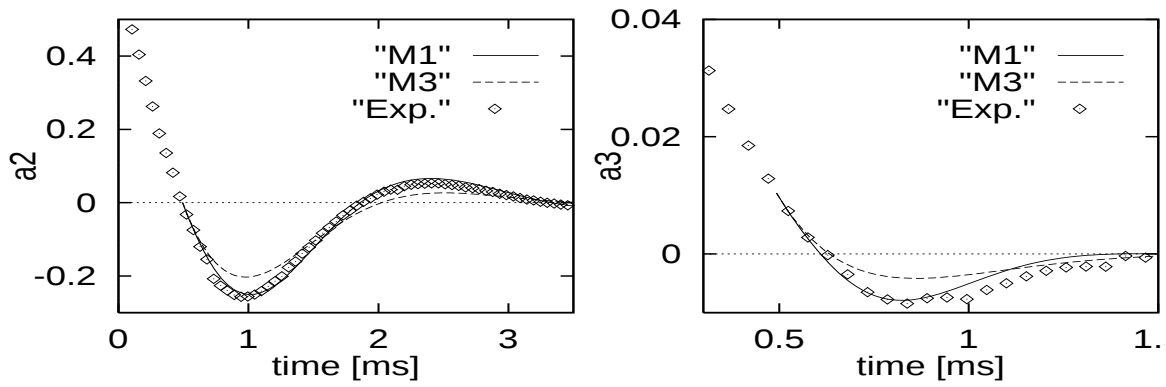
Rysunek 4.5: Porównanie rezultatów obliczeń bezwirowego modelu uproszczonego (- - -) z pełnym modelem M1 (—) dla przypadku z rys.4.4a.

a_2

Rysunek 4.6: Amplituda drgań kropli cieczy o podwyższonej lepkości (MIXL), $R_0 = 166\mu m$, $Re = 17,6$. (+) eksperyment, (—) model M1, (- - -) model M2.



Rysunek 4.7: Amplitudy oscylacji $a_2 \dots a_4$ dla kropeł roztworu gliceryny (MIXK); $R_0 = 155 \mu\text{m}$, $Re = 11$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—) i modelem liniowym M3 (- - -).



Rysunek 4.8: Amplitudy drgań a_2 i a_3 dla kropli roztworu gliceryny (MIXG), $R_0 = 417\mu m$, $Re = 3,3$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—) i modelem liniowym M3 (- - -).

Zakres drgań silnie tłumionych: $Re < 5$

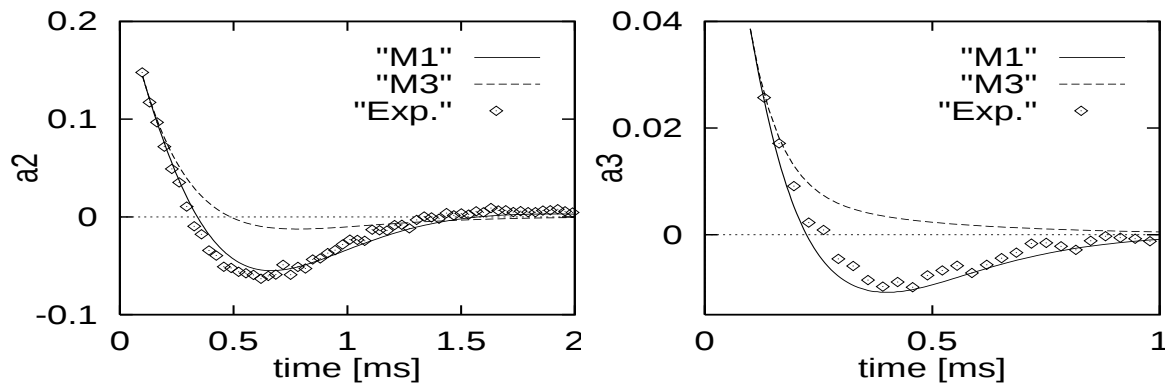
Drgania kropel obserwowane dla cieczy o dużej lepkości charakteryzuje silne tłumienie powodujące, że rejestrowany okres czasu ulega znacznemu skróceniu do jednej najwyżej dwu oscylacji. Również początkowa amplituda drgań kropli jest z konieczności bardzo mała, gdyż normalny rozpad strugi prowadzi do tworzenia niemal kulistych kropli. Jedną z metod uzyskiwania drgających kropli stosowaną w eksperymentach jest pobudzanie strugi do drgań specjalnie formowanymi sygnałami podawanymi do przetwornika piezoelektrycznego. Pozwala to uzyskać rozpad strugi na dwie znajdujące się blisko siebie krople, które w krótkim czasie ulegają zderzeniu tworząc jedną, silnie zdeformowaną kroplę. Powrót takiej kropli do stanu równowagi umożliwił przeprowadzenie obserwacji dla liczb Reynoldsa bliskich granicy ruchu aperiodycznego. Ujemną stroną tej metody pobudzania kropli jest generowanie w utworzonej kropli początkowego pola przepływu, które nie jest związane z drganiami powierzchni. Jak wspomnieliśmy (rozdz. 4.2.1), sposób określania warunków początkowych modelu lepkiego wymaga, by początkowe pole wirowości generował ruch powierzchni. Te efekty jak i błędy pomiarów związane z małymi amplitudami drgań powodują niedokładności w modelowaniu oscylacji wyższych modów.

Rys. 4.8 i 4.9 pokazują wpływ wzrastającej lepkości na zachowanie się kropli pobudzanej do drgań o stosunkowo dużej amplitudzie. Mimo, że charakter drgań ulega gwałtownej zmianie w miarę osiągnięcia limitu aperiodycznego, nasz pełny model M1 nadal poprawnie oddaje zarówno amplitudę jak i stałą tłumienia oscylacji. Zarówno model nieliniowy (M2) jak i model liniowy (M3) wykazują przesunięcie stałej czasowej⁵ jak też przecenianie wpływu lepkości na tłumienie amplitudy.

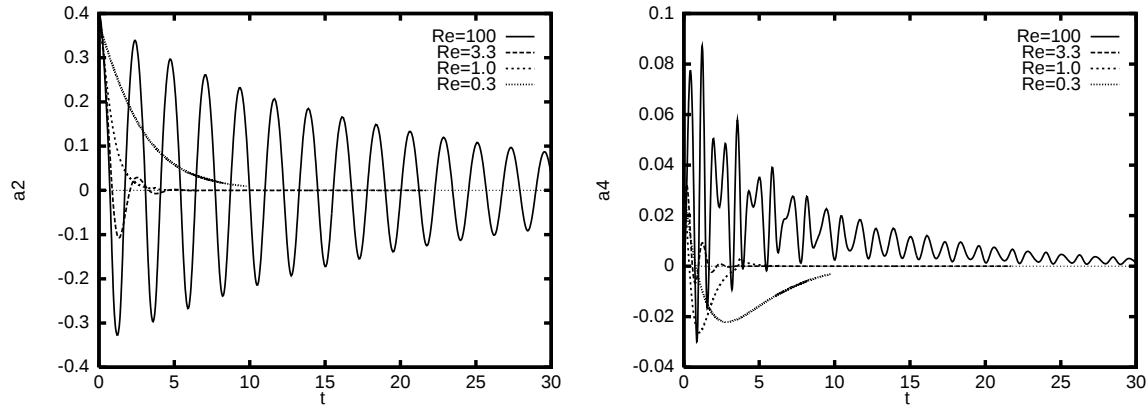
Nieliniowość drgań kropli

Analiza pomiarów amplitud drgań i ich symulowanych przebiegów pozwoliła na pełną weryfikację nieliniowego modelu lepkiego M1 dla lepkości określonych liczbami Reynoldsa $Re = 1,8 - 100$. Dolna granica przydatności modelu M1, wyznaczona stabilnością kodu

⁵trudno tu mówić o częstotliwości drgań



Rysunek 4.9: Aperiodyczna granica drgań dla kropli roztworu gliceryny (MIXE), $R_0 = 264\mu\text{m}$, $Re = 1.8$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—) i modelem liniowym M3 (- -).



Rysunek 4.10: Przejście poniżej aperiodycznej granicy drgań symulowane przy pomocy modelu M1. Warunek początkowy $a_2 = 0.4$, $Re=100, 3.3, 1.0, 0.3$.

komputerowego, odpowiada wartości $Re \approx 0, 1$. W praktyce analiza drgań kropli dla $Re < 1, 3$ ma znaczenie jedynie akademickie. Wkraczamy tu w reżim lepkiego przepływu cieczy wywołanego aperiodycznym powrotem do stanu równowagi zdeformowanej powierzchni. Zmiany w charakterze drgań, jakie mają miejsce po przekroczeniu progu aperiodyczności, ilustruje rys. 4.10. Warunkiem początkowym dla symulacji jest wartość odkształcenia $a_2 = 0, 4$, a dla pozostałych amplitud jak i wszystkich pochodnych amplitud wartość równa zero. Stała czasowa powrotu do równowagi a_2 ulega znacznemu wydłużeniu dla liczby Reynoldsa $Re = 0, 3$. Dla niższych spośród pokazanych liczb Reynoldsa pojawiające się wskutek sprzężeń nieliniowych drgania modu $l = 4$ są silnie tłumione i ich początkowe wzbudzenie szybko zanika. Jedynie dla $Re = 100$ obserwujemy dłuższy ciąg wzbudzonych drgań tego modu. Drgania te mają praktycznie stałą dodatnią amplitudę co potwierdza, że obserwowana w eksperymentach anomalia modu a_4 jest wynikiem sprzężeń nieliniowych z modem podstawowym.

Przeprowadzona analiza pokazała, że model bezwirowy M2 i jego zredukowana wersja umożliwiają prawidłowe modelowanie drgań kropli dla cieczy mniej lepkich ($Re > 30$), znacznie przyspieszając procedurę obliczeniową. Ten zakres liczb Reynoldsa jest

najczęściej spotykany w praktycznych zastosowaniach dla cieczy o lepkości zbliżonej do lepkości wody. Niższe wartości liczb Reynoldsa spotykamy w badaniach tych cieczy jedynie dla bardzo małych kropeł ($R_0 < 20\mu m$). Jednak pomiary dla kropeł o promieniu mniejszym niż kilkanaście mikrometrów nie są możliwe ze względów optycznych. Praktycznie więc dla typowych cieczy i wielkości kropeł rzędu ułamków milimetra poruszamy się w obszarze stosowalności metod uproszczonych.

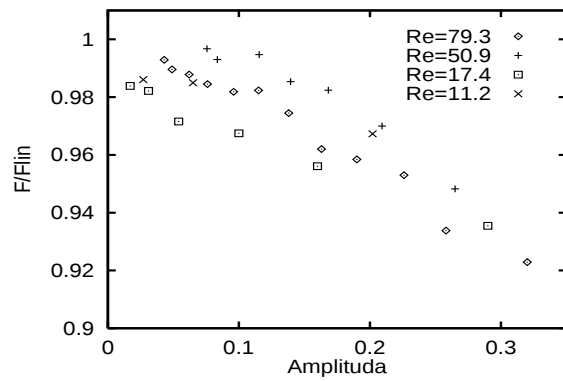
Górna granica zakresu pomiarów $Re = 100$ związana jest również z wielkością kropeł. Stosowanie kropeł większych niż kilkadziesiątych części milimetra ułatwia wprawdzie obserwacje ale wprowadza trudne do uwzględnienia deformacje wywołane polem grawitacyjnym i efektami aerodynamicznymi. Symulacje komputerowe przeprowadzone dla wyższych liczb Reynoldsa ($Re = 1000$) wskazują na stały wzrost rozbieżności między modelem „wzorcowym” M1 a modelem liniowym M3. Mimo więc zanikającego wpływu efektów lepkich, wpływ efektów nieliniowych dyskwalifikuje model Lamba również w górnym zakresie liczb Reynoldsa.

Powstaje więc pytanie, czy drgania kropli pozostają zawsze nieliniowe i nie mogą być w ogóle poprawnie symulowane modelami liniowymi? Ponieważ nasza liczba Reynoldsa nie stanowi jednoznacznego kryterium obszaru drgań liniowych drugim naturalnym parametrem pozostaje amplituda. Decydujący wpływ amplitudy na występowanie efektów nieliniowych potwierdza rys. 4.11, na którym zebrano wartości dwóch głównych charakterystyk modu podstawowego a_2 zmierzone w funkcji amplitudy w stosunkowo szerokim zakresie liczb Reynoldsa. Tymi wybranymi charakterystykami są dryf częstości drgań i asymetria odchyleń „wypukłych” i „spłaszczonych” mierzona stosunkiem półokresów dodatnich i ujemnych (dolna i górna gałąź). Wielkości te znormalizowano w stosunku do odpowiadającej im wartości dla modelu liniowego (4.11). Obie cechy nieliniowe obserwowanych drgań dla modu podstawowego zależą praktycznie tylko od amplitudy. Dla wyższych modów typową cechą nieliniową jest omawiana wcześniej anomalia amplitud a_4 , polegająca na stałej przewodzie odkształceń dodatnich. Na rys.4.12 przedstawiono amplitudy a_2 i a_4 dla trzech liczb Reynoldsa. Charakterystyczna intermodulacja tych modów zostaje zachowana nawet dla drgań silnie tłumionych.

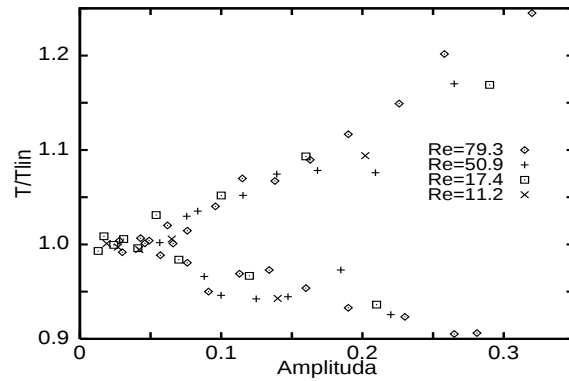
Przeprowadzone obliczenia dla liczby Reynoldsa $Re = 33$ i trzech wartości początkowej deformacji kropli ($a_2 = 0,1, 0,3$ i $0,6$) pokazane na rys.4.13 ilustrują omawianą zmianę okresu drgań modu podstawowego i narastanie intermodulacji $a_4(a_2)$ w miarę powiększania się amplitudy początkowej.

Na podstawie powyższych obserwacji można by więc wysnuć wniosek, że dla małych amplitud początkowych przybliżenie liniowe Lamba poprawnie opisuje drgania kropli. Jest to jednak tylko częściowa prawda. W rzeczywistości zarówno pomiary jak i obliczenia przeprowadzone dla $a_2 < 0,1$ i liczb Reynoldsa $Re > 50$ pokazują, że choć drgania modu podstawowego mają charakter drgań liniowego oscylatora harmonicznego, nadal pojawia się charakterystyczna modulacja wyższych modów. Efekty nieliniowe są więc nadal obecne, choć ich wpływ ogranicza się w dużej mierze do jednokierunkowego oddziaływania modu podstawowego na wyższe mody. Wydaje się to oczywiste, jeśli zwrócimy uwagę na fakt, że obok $\hat{\mathcal{A}} \ll 1$ warunkiem koniecznym dla linearyzacji (4.5)⁶ jest mała liczba Reynoldsa. W bezwiorowym modelu Lamba jest to w sprzeczności z zaniechaniem wpływu lepkości

⁶poza trywialnym przypadkiem $\hat{\mathcal{A}} = 0$.

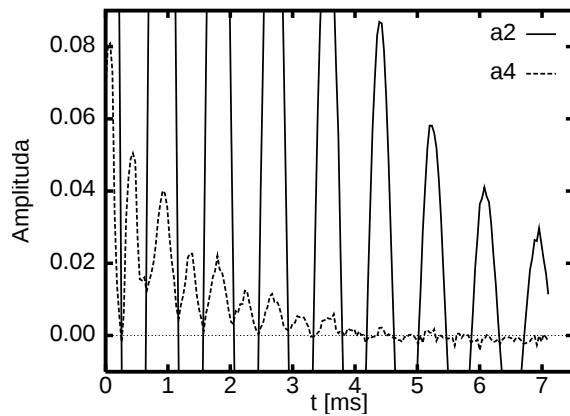


a)

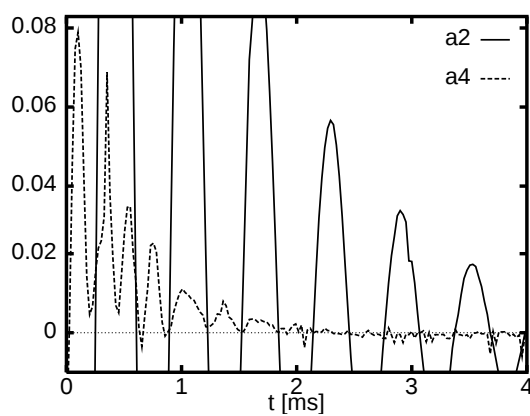


b)

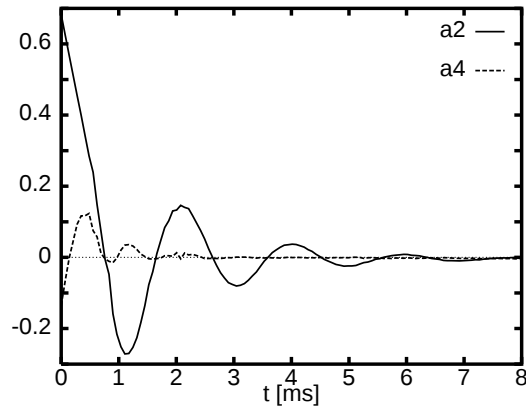
Rysunek 4.11: Wpływ amplitudy drgań i liczby Reynoldsa na obserwowane nieliniowe charakterystyki oscylującej kropli: (a)- dryf częstości oscylacji, (b) - asymetria okresu drgań dla deformacji wypukłych (górna gałąź) i spłaszczonych (dolna). Rzędna znormalizowane w stosunku do modelu liniowego.



$Re = 45,6$

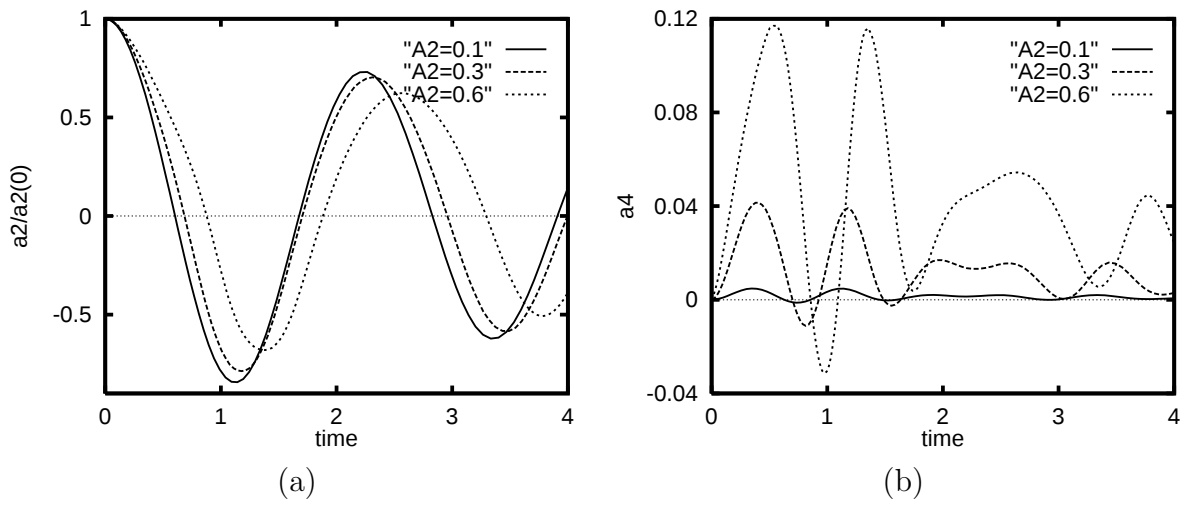


$Re = 17,4$



$Re = 7,3$

Rysunek 4.12: Obserwowana intermodulacja $a_4(a_2)$ oscylującej kropli dla $Re = 45,6$ (ciecz A, $R_0 = 164\mu m$), $Re = 17,4$ (ciecz MIXL, $R_0 = 163,8\mu m$) oraz $Re = 7,3$ (ciecz MIXJ, $R_0 = 332,5\mu m$).



Rysunek 4.13: Wpływ początkowej amplitudy deformacji. Wyniki obliczeń wykonanych przy pomocy modelu M1 dla $Re = 33$. Warunki początkowe: $a_2 = 0.1, 0.3, 0.6$, $\dot{a}_2 = 0$ i dla pozostałych modów $l = 3 \dots 6$ $a_l = 0, \dot{a}_l = 0$; (a) - znormalizowana amplituda a_2 , (b) - wzbudzona amplituda a_4 .

nakładającym warunek $Re \gg 1$.

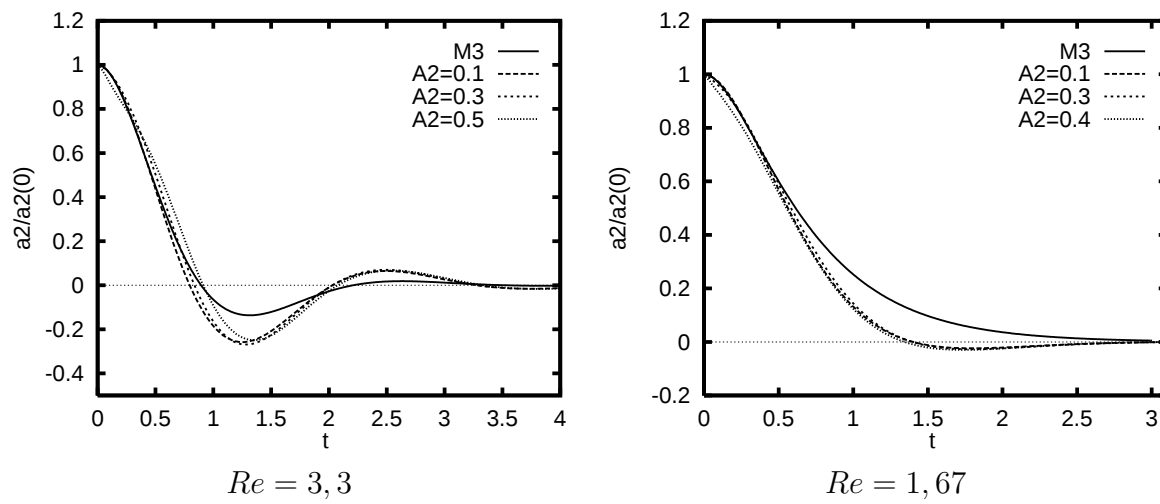
Zbliżenie się do zakresu małych liczb Reynoldsa wymaga więc modelu uwzględniającego lepkość cieczy. Taki model uwzględniający również efekty związane z dyfuzją wirowości⁷ przedstawił, jak wspomniano na wstępie, Prosperetti [69]. Wydaje się interesujące zbadanie przypadku granicznego pokazanego przez Prosperettiego (rys.3 & rys.4 w pracy [69]⁸).

Rys. 4.14 przedstawia wyniki obliczeń przy użyciu modelu M1, odpowiadające warunkom początkowym dla rys. 3 Prosperettiego. Wartość bezwzględną amplitudy początkowej (nieistotnej dla modelu liniowego) przyjęto dla kolejnych krzywych $a_2 = 0.1$, $a_2 = 0.3$ and $a_2 = 0.5(0.4)$, zerując pozostałe amplitudy i wszystkie pochodne ($a_{l>2} = 0, \dot{a}_l = 0$). Dla porównania zamieszczono również rezultat obliczony wg. przybliżenia bezwirowego Lamba.

Jeśli porównamy rys.4.14 z odpowiadającym mu rezultatem Prosperettiego zauważymy, że dla małych amplitud ($a_2 = 0.1$) krzywa obliczona przy pomocy naszego modelu M1 kompletnie pokrywa się z tym rozwiązaniem. Potwierdza to, że model M1 prawidłowo opisuje efekty lepkie. Powiększenie amplitudy deformacji powyżej $a_2 > 0.3$ powoduje, że efekty nieliniowe zaczynają odgrywać istotną rolę. Również sprzężenie $a_4(a_2)$ (nie pokazane tutaj) wywołuje natychmiastowe pobudzenie nieistniejącego początkowo modu a_4 . W przypadku liniowym a_4 pozostaje oczywiście równe zero. Modele bezwirowe (zarówno liniowy M3 jak też i nieliniowy M2) w granicy dużych lepkości zawodzą całkowicie.

⁷tw. initial value problem

⁸Rys.4 tej pracy zawiera błędną skalę. W naszym porównaniu skorygowana skala czasu i $\varepsilon = 0.3$.



Rysunek 4.14: Wpływ amplitudy deformacji początkowej kropli w granicy dużych lepkości. Obliczenia dla modelu liniowego M3 oraz dla dla modelu M1 przy trzech amplitudach początkowych. $Re = 3,3$ - przypadek z rys.4 w [69], $Re = 1,67$ - przypadek z rys.3 w [69].

Wnioski

- Podsumowując rezultaty przeprowadzonych pomiarów i obliczeń możemy stwierdzić, że typowe nieliniowe zachowania się amplitudy modu podstawowego (a_2) drgającej kropli, takie jak asymetria amplitud i dryf częstości, są funkcją wartości początkowej deformacji i zanikają asymptotycznie dla jej malejącej wartości. Oddziaływanie modu podstawowego z wyższymi modami jest zauważalne nawet dla dużych lepkości i małych amplitud deformacji.
- Opracowany nieliniowy model M1 mimo szeregu uproszczeń pozwala poprawnie opisywać drgania obserwowanych kropli w szerokim zakresie lepkości.
- Nieliniowe przybliżenie bezwirowe (modele M2 i uproszczony) może być z powodzeniem stosowane w zakresie małych lepkości cieczy ($Re > 30$) skracając bardzo poważnie czas obliczeń.
- Przybliżenie liniowe (model Lamba M3) można tylko traktować jako jakościowy opis drgań modu podstawowego.

4.3 Oscylująca kropla jako metoda pomiarowa

Swobodne drgania kropli, jak to już wcześniej zauważono, są rezultatem bilansu sił napięcia powierzchniowego i bezwładności tworzących skomplikowany oscylator hydrodynamiczny. Parametry tego oscylatora zależą od własności fizycznych kropli, a w szczególności od dwóch interesujących nas tutaj wielkości - napięcia powierzchniowego σ i lepkości ν . Możliwość niezakłócającego i dynamicznego pomiaru tych wartości odgrywa w wielu zagadnieniach fizycznych istotną rolę. Zwłaszcza napięcie powierzchniowe będąc

bardzo czułym wskaźnikiem sił międzymolekularnych na powierzchni granicznej cieczy jest ważnym, ale zarazem trudnym do pomiaru parametrem cieczy. „Wrażliwość” napięcia powierzchniowego na niewielkie, nieraz śladowe zmiany składu cieczy, obecność zanieczyszczeń itp. jest niewątpliwie spędzającym sen z oczu utrapieniem eksperymentatorów pragnących ustalić jego wartość⁹. Z drugiej jednak strony właśnie ta silna reakcja napięcia powierzchniowego otwiera nowe możliwości detekcji efektów trudnych do uchwycenia innymi metodami.

Znajomość napięcia powierzchniowego odgrywa istotną rolę w wielu dziedzinach nauki i praktyki: rozpylanie cieczy, przepływy Marangoniego, kondensacja, parowanie i teoria nukleacji [73] to kilka przykładów z dziedziny fizyki. Podobne zastosowania napięcia powierzchniowego możemy znaleźć również w procesach technologicznych: do kontroli parametrów cieczy (np. zanieczyszczeń składu stopów metali), separacji odpadów przemysłowych, tworzenia powłok lakierniczych itp. Trzeba też wspomnieć o medycynie, gdzie napięcie powierzchniowe odgrywa rolę wskaźnika zmian patologicznych płynów ustrojowych [9, 58]. We wszystkich tych zastosowaniach pomiar napięcia powierzchniowego ogranicza się na ogół tylko do pomiaru statycznego siły. W klasycznym wykonaniu siły, z jaką wynurzany z cieczy pierścień (Du Nouy) lub płytka metalowa oddziałuje z powierzchnią cieczy. Pomijając fakt trudnych często do przewidzenia błędów spowodowanych zakłóceniem stanu powierzchni obcym ciałem, metody klasyczne nie pozwalają uchwycić tak istotnego parametru jak dynamika zmian napięcia powierzchniowego [28]. W wielu procesach w których mamy do czynienia z powstawaniem nowej powierzchni, jest to bardzo ważny element. Wskutek procesów zmian orientacji molekuł na powierzchni, dyfuzji oraz adsorpcji molekuł rozpuszczonych w cieczy bazowej, ustalanie się napięcia powierzchniowego może trwać od kilku pikosekund do wielu minut, a jego wartość zmieniać się nawet o kilka rzędów wielkości. Ma to na przykład miejsce w procesach rozpylania cieczy, tworzenia mikro-strug (drukarki atramentowe) itp., wszędzie gdzie występuje tworzenie nowej powierzchni cieczy.

Z drugiej strony znajomość dynamicznego napięcia powierzchniowego¹⁰ może być źródłem nowych informacji o zmianach zachodzących w tej trudnej do monitorowania warstwie molekularnej, jaką jest powierzchnia cieczy [85].

Poniżej podamy dwa przykłady ilustrujące możliwości wykorzystania dynamicznego pomiaru napięcia powierzchniowego metodą drgającej kropli. W pierwszym z nich (por. [82]) znajomość dynamicznego napięcia powierzchniowego wykorzystana jest do pomiaru własności fizyko-chemicznych (współczynnika adsorpcji i dyfuzji) wodnego roztworu heptanolu. W drugim przykładzie wskażemy na możliwość wykorzystania napięcia powierzchniowego do wyznaczenia temperatury i zmian składu parującej powierzchni.

4.3.1 Pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego

Opis sił międzymolekularnych na powierzchni roztworów jest często utrudniony lub niemożliwy wskutek braku znajomości parametrów powierzchni cieczy, istotnych dla modeli teoretycznych. Takimi parametrami są między innymi współczynnik adsorpcji

⁹Rozbieżności publikowanych wartości zmierzonego klasycznymi metodami napięcia powierzchniowego wody destylowanej doczekały się nawet sarkastycznej nazwy „komedia omyłek”[31].

¹⁰Termin przyjęty w literaturze [21, 22] dla odróżnienia od statycznej wartości napięcia powierzchniowego.

decydujący o „łatwości“ tworzenia się powierzchni zbudowanej z różnych molekuł oraz współczynnik dyfuzji molekularnej wyznaczający „szybkość“ penetracji powierzchni przez molekuly z głębi cieczy. Przykład pomiaru tych parametrów, jaki wykonano metodą oscylującej kropli dla wodnego roztworu heptanolu został zamieszczony w pracy [82].

Heptanol jest przykładem trudno rozpuszczalnej w wodzie substancji powierzchniowo czynnej, której minimalna obecność powoduje przeszło dwukrotny spadek statycznego napięcia powierzchniowego. Rys.4.15a przedstawia porównanie pomiarów napięcia powierzchniowego dla wody destylowanej, metodą oscylującej kropli i metodą statyczną (pierścień Du Nouy). Pomiary oscylacji kropli wykonano metodą stroboskopowo-fazową rejestrując serię 240 obrazów poszczególnych faz deformacji kropli utworzonej na końcu strugi rozpadającej się w sposób kontrolowany. Jak możemy się przekonać, napięcie powierzchniowe czystej wody pozostaje stałe w rozpatrywanym okresie czasu¹¹. Dokładność pomiaru w niewielkim tylko stopniu ustępuje pomiarom wykonanym metodą klasyczną pierścieniem Du Nouy. W drugiej części rysunku (rys.4.15b) pokazano rezultat pomiaru dynamicznego napięcia powierzchniowego wykonanego dla oscylującej kropli rozcieńczonego roztworu wodnego heptanolu. Napięcie powierzchniowe świeżo utworzonej powierzchni kropli ma początkowo wartość odpowiadającą cieczy bazowej czyli wodzie destylowanej. W ciągu kilku milisekund rozpoczyna się na powierzchni proces adsorpcji molekuł heptanolu i ich dyfuzji z głębszych warstw molekularnych w kierunku powierzchni. Proces ten zmienia drastycznie bilans sił międzymolekularnych prowadząc w ciągu pierwszych 15ms do prawie dwukrotnego spadku napięcia powierzchniowego, które później asymptotycznie osiąga swoją wartość statyczną. Na podstawie zmierzonych charakterystyk napięcia powierzchniowego obliczono poszukiwane współczynniki adsorpcji i dyfuzji (por. [82]).

4.3.2 Pomiar temperatury i składu powierzchni parującej kropli

Znajomość parametrów parującej powierzchni cieczy, szczególnie temperatury, a w przypadku roztworów ich chwilowego składu, ma decydujące znaczenie we wszystkich próbach modelowania procesu parowania, zwłaszcza, że minimalne zmiany temperatury powierzchni, ze względu na wykładniczy charakter krzywej ciśnienia pary, prowadzą do znacznych zmian w całkowitym bilansie energii na powierzchni.

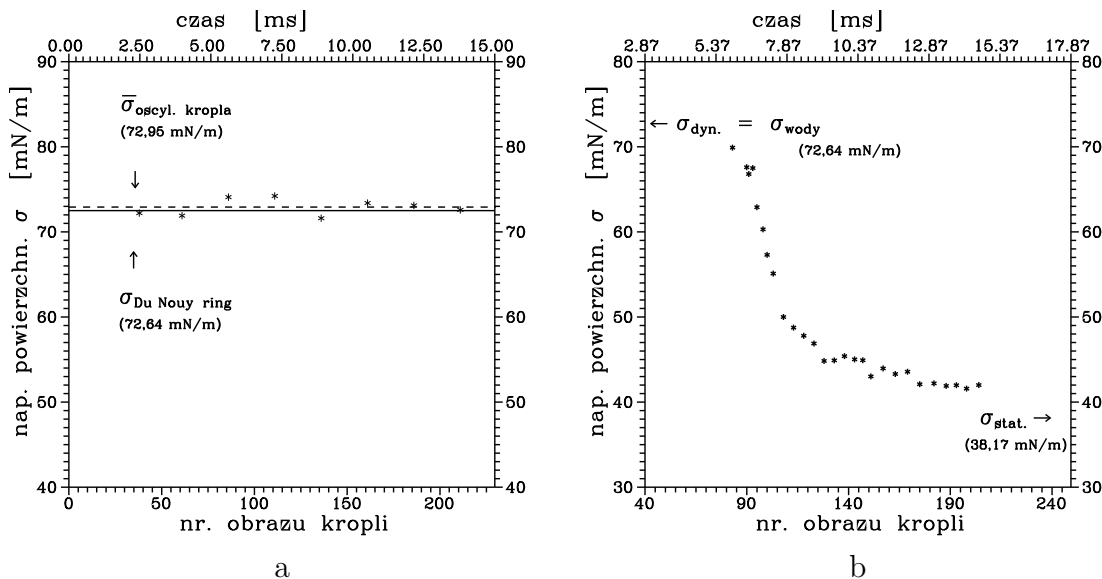
Z drugiej strony, stosowanie praktycznie wszystkich tradycyjnych metod bezpośredniego pomiaru tych parametrów powoduje trudne do uwzględnienia zakłócenia całego procesu [20]. Pomiar powinien się ograniczać jedynie do cienkiej, molekularnej warstwy powierzchni cieczy. Z tego powodu również większość metod optycznych (interferometria, załamanie światła) dostarcza informacji o wątpliwej przydatności.

Unikalną możliwość stwarza dopiero metoda oscylującej kropli, w której cały mechanizm pomiaru wynika z własności tej badanej molekularnej warstwy powierzchniowej.

Pomiar temperatury

Idea wykorzystania metody oscylującej kropli do pomiaru temperatury powierzchni polega na wykorzystaniu zależności napięcia powierzchniowego od temperatury. Typowy przebieg

¹¹Stała czasowa dynamicznego napięcia powierzchniowego wody jest rzędu 10^{-8} s.



Rysunek 4.15: Pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego metodą oscylującej kropli (a) - woda destylowana, promień kropli $R_0 = 185 \mu\text{m}$ (- - -); porównanie z pomiarem statycznym (—). (b) - wodny roztworu heptanolu ($7,6 \text{ mol/m}^3$), $R_0 = 174 \mu\text{m}$.

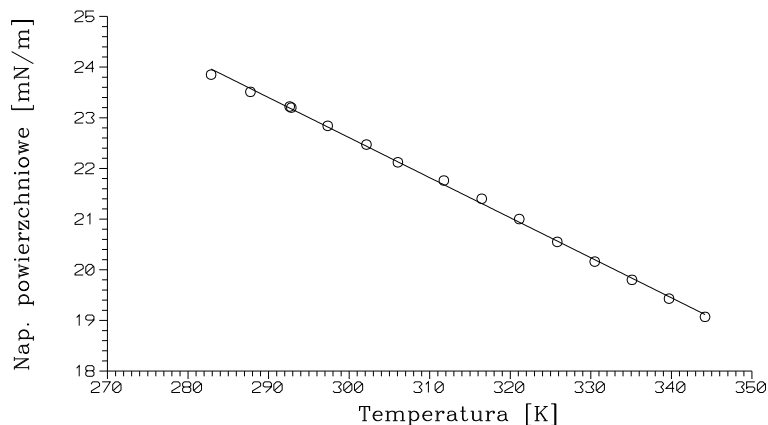
zmian napięcia powierzchniowego w funkcji temperatury, zmierzony dla używanego w badaniach alkoholu etylowego, przedstawia rys.4.16. Możemy zauważyć, że zmiana napięcia powierzchniowego ma przebieg liniowy o nachyleniu rzędu $0,1 \text{ mN/m/K}$. Osiągnięcie rozdzielczości pomiaru temperatury rzędu kilku stopni wymaga więc wysokiej precyzji pomiaru napięcia powierzchniowego. Jest to jedna z podstawowych trudności, którą należało pokonać stosując możliwie dokładne metody analizy i interpretacji oscylacji kropli. Praktyka wskazuje, że na obecnym etapie rozwoju metody możliwe jest osiągnięcie dokładności rzędu $0,3 \text{ mN/m}^{12}$, co dla alkoholu odpowiada kilkustopniowej zmianie temperatury powierzchni.

Tego rzędu zmiany temperatury powierzchni możemy się spodziewać dla kropli alkoholu poruszającej się w powietrzu pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym. Na rys.4.17a pokazano modelowe obliczenia¹³ temperatury powierzchni, zmiany relatywnego promienia i strumienia pary dla kropli alkoholu poruszającej się z prędkością 10 m/s , w powietrzu o temperaturze pokojowej. W ciągu pierwszych kilkunastu milisekund następuje blisko jedna trzecia całkowitej zmiany temperatury, która w tym przypadku wynosi $\approx 15 \text{ K}$. Końcowa temperatura odpowiada tzw. temperaturze rosy¹⁴, po osiągnięciu której parowanie ma charakter stacjonarny rządzonej tzw. prawem D^2 , oznaczającym liniowy spadek kwadratu średnicy kropli w czasie. W wielu procesach (np. wtrysk paliwa) cykl pracy jest znacznie krótszy niż okres ustalania się temperatury równowagi, i poznanie dynamicznych charakterystyk procesu parowania ma istotne znaczenie. Przebieg krzywej parowania w

¹²Zwiększenie precyzji jest jednak nadal możliwe np. przez zastosowanie kamer video o wyższej rozdzielczości.

¹³Wg. jednowymiarowego modelu opisanego w Dodatku 6.1.

¹⁴ang. „wet bulb temperature“



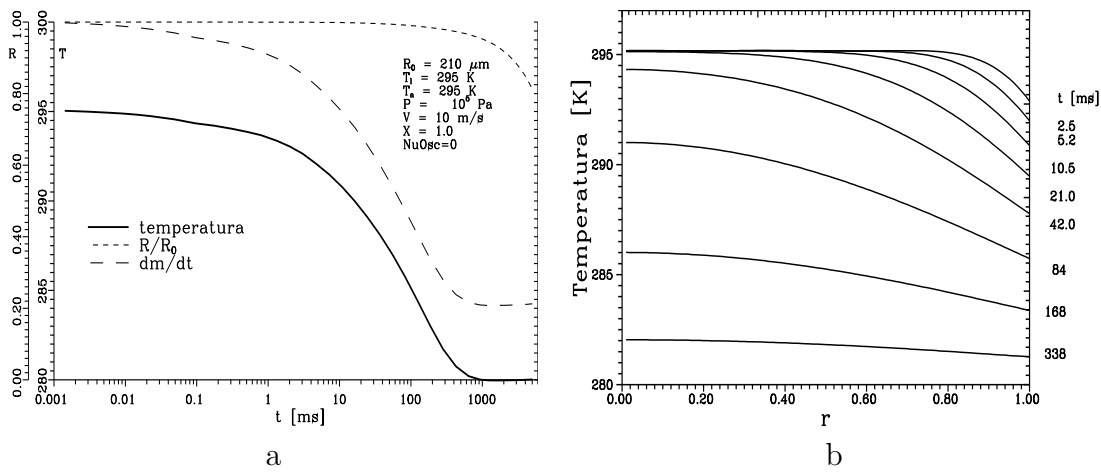
Rysunek 4.16: Zmiana napięcia powierzchniowego w funkcji temperatury zmierzona dla alkoholu metodą pierścienia Du Nouy.

początkowym jego okresie jest rządzone przede wszystkim wielkością strumienia ciepła dostarczanego do powierzchni z (lub do) wnętrza kropli i zależy od przebiegu procesów transportu ciepła w kropli.

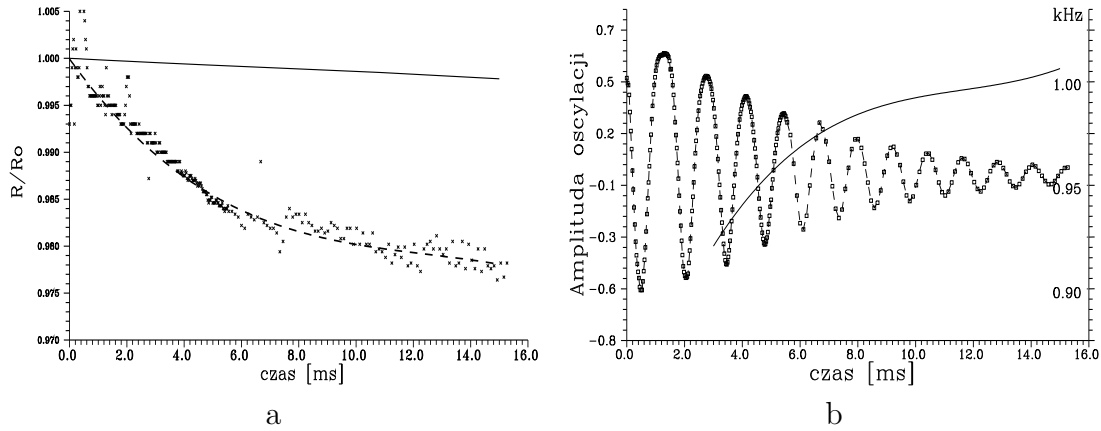
Rysunek 4.17b ilustruje zmianę profilu temperatury wewnątrz kropli. Przez dłuższy okres czasu wewnątrz kropli pozostaje „gorące“, a jedynie jej powierzchnia ulega silnemu schłodzeniu. Przewodnictwo cieplne wyraźnie „nie nadąża“ z dostarczaniem ciepła konsumowanego przez parującą powierzchnię. Dopiero po około $50ms$ temperatura wnętrza kropli ulega obniżeniu. Ponieważ obok przewodnictwa cieplnego inne czynniki, np. konwekcja wymuszona, mogą istotnie modyfikować ten proces, modelowanie strumienia ciepła wewnątrz kropli nie zawsze jest oczywiste. Spotyka się na przykład często w literaturze spekulacje nad przyspieszeniem czasu relaksacji temperatury wewnętrznej wskutek powstania ruchu wirowego (tzw. Hill-vortex) wywołanego ruchem kropli w otaczającym ją gazie. Również drgania kropli mogą wpływać na procesy wymiany ciepła wewnątrz i na zewnątrz kropli.

Stwierdzenie wpływu dodatkowych czynników w bilansie cieplnym kropli wymaga pomiaru temperatury. Dla drgającej kropli teoretycznie możliwe jest określenie dwóch temperatur: powierzchni - na podstawie pomiaru napięcia powierzchniowego i średniej temperatury całej kropli na podstawie pomiaru zmiany lepkości cieczy (a więc współczynnika tłumienia drgań). Ale już sam pomiar temperatury powierzchni może rzucić więcej światła na znaczenie dodatkowych czynników modyfikujących transport ciepła wewnątrz kropli. Parametrem, który przy okazji otrzymujemy „za darmo“ w wyniku naszego pomiaru drgań kropli, są dokładne dane o zmianie jej objętości, obliczane dla każdego kroku czasowego podczas komputerowej analizy obrazów. Jest to bardzo istotna informacja pozwalająca na porównanie obserwowanej i przewidywanej modelem intensywności parowania.

Rysunek 4.18a pokazuje przykład zmierzonej zmiany promienia kropli alkoholu parującej w temperaturze pokojowej w normalnej atmosferze. Możemy wyróżnić dość gwałtowny spadek promienia kropli w ciągu pierwszych kilku milisekund przechodzący w niemal liniowy spadek o mniejszym nachyleniu. Nakreślony linią ciągłą rezultat obliczeń wg. mo-



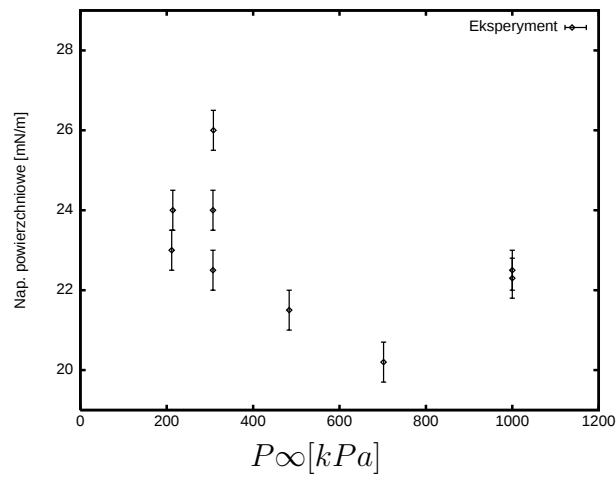
Rysunek 4.17: (a)- temperatura powierzchni, względny promień i strumień masy obliczone dla parującej kropli alkoholu wg. modelu jednowymiarowego (por. Dodatek); (b) - obliczony rozkład temperatury wnętrza kropli dla wybranych chwil czasowych.



Rysunek 4.18: Parowanie oscylującej kropli alkoholu w powietrzu; $V = 10\text{ m/s}$, $R_0 = 210\mu\text{m}$, $\Theta_o = 295\text{K}$, $P_\infty = 10^5\text{Pa}$. (a) - zmiana w czasie ekwiwalentnego promienia: (+) eksperyment, (—) jednowymiarowy model parowania (por. Dodatek), (- - -) j.w. ale uwzględniający efekt oscylacji kropli; (b) - zmierzona amplituda drgań modu podstawowego oraz dryf częstości drgań.

delu jednowymiarowego¹⁵ wskazuje na jednostajny spadek promienia kropli. Nachylenie tej linii odbiega od obserwowanego w fazie początkowej silnego spadku promienia kropli. Jedną z możliwych zaproponowanych interpretacji tego efektu [51] jest wpływ oscylacji kropli na zmianę transportu ciepła wewnątrz i na zewnątrz. Możliwość intensyfikacji wymiany ciepła [54], czy parowania [87] wskutek drgań powierzchni jest zwykle modelowana zmianą fizycznych parametrów modelu na „efektywne“, uwzględniające nieznanne mechanizmy ich modyfikacji. Wzorując się na tych pracach w podobny sposób „dopasowano“

¹⁵krzywa odpowiada początkowej części z rys.4.17a.



Rysunek 4.19: Zmiana napięcia powierzchniowego w funkcji ciśnienia otaczającego go gazu (azotu) zmierzona metodą oscylującej kropli.

drugą krzywą na rys. 4.18, dodając do opisanego w Dodatku 6.1 modelu efektywne przewodnictwo cieczy:

$$\lambda_{osc} = \lambda \left(1 + \chi (Re_l Pr_l)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (4.24)$$

i modyfikując liczbę Nusselta i Sherwooda wg.:

$$Nu_{osc} = Nu (1 + \zeta Re_g^{0.7} Pr^{\frac{1}{3}}), \quad (4.25)$$

gdzie χ i ζ są dobranymi parametrami wynoszącymi odpowiednio 0,08 i 12,5.

Występujące w równaniach liczby Reynoldsa Re_l i Re_g odnoszą się do maksimum prędkości dla drgającej powierzchni oraz wymiaru kropli dla cieczy i otaczającego ją gazu.

Zmiana warunków parowania wpływa oczywiście na zmianę temperatury powierzchni. Dodatkowo ciągła zmiana objętości kropli jest również parametrem wpływającym na zmianę częstości drgań kropli (por. 4.11). Pokazany na rys. 4.18b dryf częstości drgań jest efektem nałożenia się efektów nieliniowych na w/w efekty parowania. Dokładne odseparowanie tych efektów przy tak małej oczekiwanej zmianie temperatury nie jest jeszcze możliwe i wymaga dalszych prac zarówno nad modelem teoretycznym jak i eksperymentalnych.

Rysunek 4.19 pokazuje próbę znalezienia zmiany napięcia powierzchniowego w funkcji ciśnienia otaczającego ją gazu (azot) dla oscylującej kropli alkoholu. Dość znaczny rozrzut punktów pomiarowych, spowodowany prawdopodobnie nałożeniem się kilku efektów, uniemożliwia interpretację tych wyników i dlatego należy je raczej traktować jako wstępny test metody.

Jedną z możliwości powiększenia mierzonych efektów jest wzmocnienie intensywności parowania kropli. Prace nad stabilnością parującej strugi cieczy (rozdz. 3) pokazują, że wymaga to jednak zmiany metody wytwarzania kropel. Jedną z możliwości, testowaną wstępnie, jest piezoelektryczny generator pojedynczych kropel¹⁶ wyrzucanych z małej dyszy, podobnie jak ma to miejsce w drukarkach typu „ink jet”. Metoda ta pozwala na uniknięcie problemów z niestabilną strugą, dostarczając pojedyncze krople („drop on

¹⁶MD-S-301H Microdrop System

demand“) o dobrze zdefiniowanych parametrach. Problemem technicznym czekającym jeszcze na rozwiązanie jest generowanie kropeł o promieniu większym niż $30\mu m$, gdyż ogranicza to bardzo dokładność pomiarów ich deformacji.

Pomiar składu powierzchni

Dla roztworów, obok temperatury powierzchni, drugim jej parametrem wpływającym na napięcie powierzchniowe jest zmiana składu wskutek szybszego parowania substancji bardziej lotnej. W przeciwieństwie do temperatury powierzchni taka zmiana może być stosunkowo łatwo zarejestrowana pod warunkiem, że składniki roztworu znacznie różnią się napięciem powierzchniowym. Tak jest na przykład dla roztworów alkoholu z wodą lub gliceryną. W przypadku gliceryny efekty są dodatkowo spotęgowane wskutek spowolnionej lepkością dyfuzji substancji bardziej lotnej (alkoholu) do parującej powierzchni. Zjawiska tego typu są często spotykane w praktyce. Na przykład dla zawiesiny kropeł paliw, a szczególnie oleju napędowego, szybki spadek koncentracji lotnych składników w istotny sposób zmienia przebieg procesów parowania i spalania.

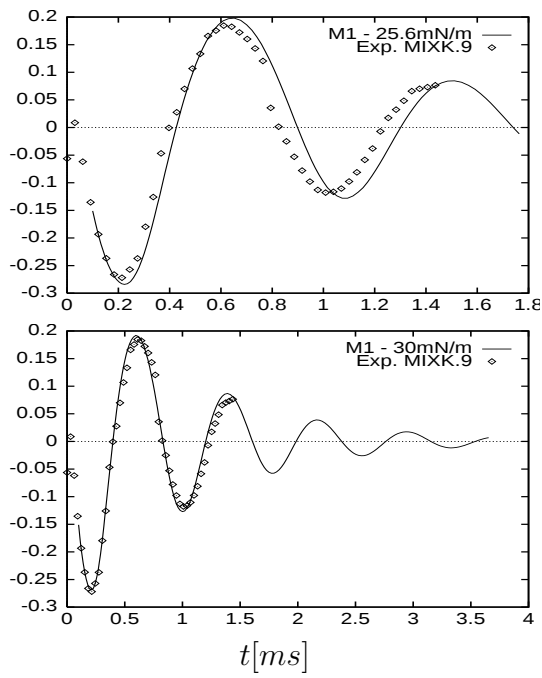
Rysunek 4.20 pokazuje zarejestrowane zmiany składu powierzchni poprzez porównanie zmierzonej amplitudy drgań kropli z rezultatem obliczeń. Symulacje przeprowadzono przyjmując początkowo wartość napięcia powierzchniowego dla mieszaniny wg. tablicy 4.1 (górna część rys. 4.20) oraz następnie przez dobór wartości zapewniający najlepsze dopasowanie krzywej teoretycznej i punktów pomiarowych. W obu analizowanych przypadkach otrzymujemy dość znaczny wzrost napięcia powierzchniowego świadczący o wzroście na powierzchni kropli koncentracji gliceryny (czyli spadku koncentracji bardziej lotnego alkoholu). Zmiana ta, zgodnie z oczekiwaniem, jest znacznie silniejsza dla bardziej lepkiego roztworu MIXE (rys.4.20b).

4.4 Uwagi końcowe

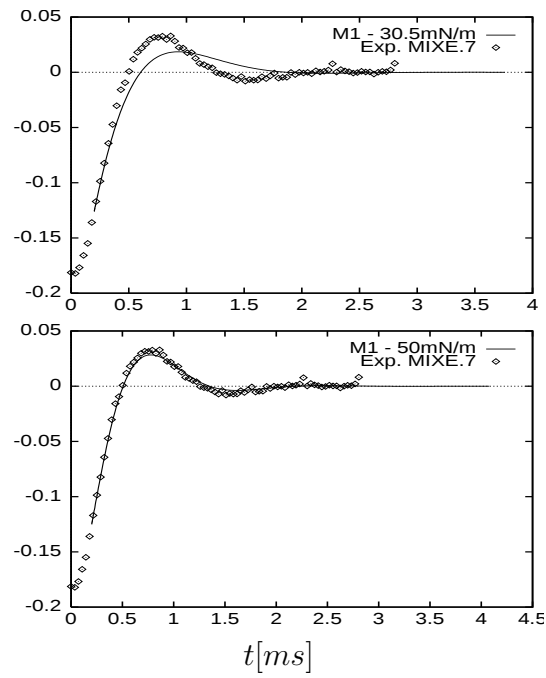
Przedstawione w niniejszym rozdziale rezultaty badań wskazują na możliwość dokładnego opisu oraz interpretacji teoretycznej swobodnych drgań kropli cieczy. Mimo szeregu uproszczeń i ograniczeń opracowane modele teoretyczne pozwalają na precyzyjny opis przebiegu drgań kropli, wykorzystując obok fizycznych własności układu jedynie warunki początkowe dla deformacji i prędkości deformacji pierwszych kilku amplitud rozwinięcia kształtu powierzchni. Jest to ważny rezultat, gdyż jak pokazano, nieliniowy charakter drgań kropli jest nierozłączną cechą procesu i jego obecność we wszystkich zakresach parametrów nie może być zaniedbana.

Praktyczne wykorzystanie badań oscylującej kropli do pomiaru własności fizycznych powierzchni cieczy staje się, jak pokazano na kilku przykładach, możliwe do realizacji. Szczególne znaczenie, jak się wydaje, może mieć wykorzystanie metody oscylującej kropli do monitorowania stanu parującej powierzchni.

Większość przeprowadzonych badań eksperymentalnych wykonano techniką fazowo-stroboskopową, która obok swych niewątpliwych zalet wymaga jednak idealnej powtarzalności procesu generacji i późniejszego zachowania się kropeł. Pełne wykorzystanie metody oscylującej kropli wymaga dalszego udoskonalenia metod rejestracji, tak by uniezależnić dokładność pomiaru od chwilowych zaburzeń i utraty stabilności strugi



a)



b)

Rysunek 4.20: Amplituda a_2 drgań parującej kropli rozworu gliceryny. $\diamond$ - eksperyment, linia ciągła - model M1 dla standardowej wartości σ (górze rysunku) i wartości optymalnej (dół). (a) - roztwór MIXK, $P_\infty = 6kPa$, $R_0 = 156\mu m$; góra $\sigma = 25.6mN/m$, dół $\sigma = 30mN/m$. (b) - roztwór MIXE, $P_\infty = 800Pa$, $R_0 = 260\mu m$; góra $\sigma = 30.5mN/m$, dół $\sigma = 50mN/m$.

tworzącej krople. Jak pokazała praktyka, ma to szczególne znaczenie w badaniach silnie parujących kropeł, gdzie sam proces parowania powoduje generację dodatkowych zaburzeń powierzchni.

æ

5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono kilka wybranych zagadnień związanych z rozpadem strugi cieczy, tworzeniem się kropeł i dynamiką drgań utworzonych kropeł.

Ze względu na mikroskopowy charakter obserwacji, przeprowadzenie badań eksperymentalnych wymagało opracowania nowych technik pomiarowych, które pozwalają na rejestrację szybkich procesów. Rezygnując całkowicie z tradycyjnej fotografii na rzecz techniki video i rejestracji cyfrowej należało pokonać barierę standardu wynoszącego dla tych technik jedynie 50 obrazów/s. Opracowano i wykorzystano w badaniach trzy metody rejestracji, których wady i zalety omówiono w rozdz. 1.

Tematem rozdz. 2 jest ostatnia faza procesu rozpadu strugi na krople. Stwierdzono istnienie szeregu nowych elementów tego procesu, z których najważniejszymi są tworzenie się mikro-strugi i mikro-satelitów w krótkim czasie przed ostatecznym przerwaniem połączenia struga-kropla.

Porównanie rezultatów tych pomiarów z asymptotycznym modelem Eggersa potwierdziło lokalny charakter ostatniej fazy tworzenia się kropli. Parametry tego procesu zależą jedynie od własności fizycznych cieczy. Pozwala to na stosowanie uniwersalnej skali długości i czasu, umożliwiającej prosty, samopodobny opis zjawiska.

Porównanie obserwowanego kształtu tworzącego się przewężenia strugi, na krótko przed oderwaniem kropli, z przewidywaniami modelu, potwierdza generalnie słuszność jednowymiarowej asymptotycznej aproksymacji. Jednak różnice w ocenie prędkości strugi po oderwaniu się kropli oraz w kształcie strugi poza obszarem oderwania, wskazują na ograniczenia modelu, związane z pominięciem szeregu istotnych efektów tego trudnego do modelowania procesu.

Przedmiotem kolejnego rozdz. 3 są badania niestabilności powierzchni strugi wywołane parowaniem. W rezultacie obserwacji stwierdzono istnienie szeregu nie znanych wcześniej mechanizmów zaburzeń powierzchni. Zaburzenia parującej powierzchni w postaci krótkich fal powierzchniowych prowadzą na ogół do przyspieszenia rozpadu strugi. Stwierdzono jednak istnienie mechanizmów umożliwiających również stabilizację parującej strugi wskutek tłumiącego wpływu tworzącej się chłodnej powierzchni cieczy o podwyższonej lepkości. Spośród różnych form destabilizacji powierzchni strugi dwie wydają się szczególnie interesujące. Jest to tworzenie się quasi-stabilnych błon cieczy powstałych wskutek oderwania się części powierzchni strugi oraz zmiana kierunku strugi utrzymująca się dzięki powstałemu zaburzeniu pola prędkości. Kompleksowość procesów związanych z mechanizmami des-

tabilizacji parującej powierzchni uniemożliwia stworzenie uniwersalnego opisu interpretującego obserwowane zjawiska. Wykorzystując rezultaty obliczeń przeprowadzonych na podstawie dwóch modeli strugi (jednowymiarowy model analityczny i dwuwymiarowy model dyskretny) przeprowadzono analizę możliwych mechanizmów termicznych destabilizujących powierzchnię.

Stwierdzono, że w świetle istniejących modeli jedynym istotnym czynnikiem inicjującym destabilizację powierzchni może być gradient napięcia powierzchniowego związany z efektem Marangoniego. Przeprowadzona symulacja efektów termicznych na powierzchni zakrzywionej strugi wydaje się wskazywać, że mechanizmem stabilizującym tę postać zaburzenia może być gradient napięcia powierzchniowego, spowodowany zaburzeniem pola przepływu.

W części pracy poświęconej problematyce oscylującej kropli (rozdz. 4) nakreślono główne cele badań polegających na stworzeniu niezakłócającej metody rejestracji parametrów powierzchni cieczy, a w szczególności jej temperatury i składu. Opracowana metoda pomiarowa i trzy modele teoretyczne pozwoliły na stworzenie jednoznacznego, precyzyjnego opisu nieliniowych drgań kropli cieczy lepkiej. Należy tu podkreślić, że jest to pierwszy pełny opis swobodnie drgającej kropli, który został w pełni zweryfikowany dzięki prowadzonym równolegle eksperymentom. Badania eksperymentalne przeprowadzone w szerokim zakresie parametrów określiły zakres stosowalności modeli uproszczonych, wskazując jednocześnie na efekty nieliniowe istotne dla zachowania się kropli.

W końcowej części tego rozdziału pokazano przykłady możliwych zastosowań metody oscylującej kropli do badań własności fizyko-chemicznych powierzchni (pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego) oraz do określenia temperatury i składu powierzchni parującej kropli.

æ

6. Dodatek

6.1 Jednowymiarowy model parującej kropli (strugi)

Przedstawiony poniżej model parującej kropli zakłada symetrię kulistą, tzn. interesuje nas tylko jedna zmienna przestrzenna - odległość r od środka kropli umieszczonej w początku układu współrzędnych biegunowych. Model ten bez większych zmian został również wykorzystany do modelowania parowania strugi. W tym wypadku cylindryczna struga jest faktycznie przedstawiona jako „płaska” kropla i r spełnia rolę odległości od osi strugi. Przyjmując, że struga porusza się ze stałą prędkością V_j , wiążemy układ współrzędnych z obserwatorem poruszającym się ze strugą i traktujemy zmienną czasową jako współrzędną $z = V_j \cdot t$. Oznacza to, że przewodnictwo ciepła między sąsiednimi odcinkami strugi jest pomijalne i transport ciepła ma jedynie charakter konwekcyjny. Założenie takie wymaga by prędkość strugi była wystarczająco duża, tzn.:

$$V_j \gg \alpha/r_j \approx 1\text{mm/s}$$

gdzie α jest współczynnikiem dyfuzji cieplnej.

Celem modelu jest określenie zmian temperatury powierzchni Θ_s w czasie (czy wzdłuż strugi) w wyniku parowania cieczy. Proces parowania rozpoczyna się w momencie, gdy ciecz dostaje się do środowiska o ciśnieniu parcjale niższym niż ciśnienie pary nasyconej danej cieczy. Gwałtowne parowanie cieczy na powierzchni powoduje, że w krótkim czasie spada jej temperatura, aż do ustalenia się stanu równowagi, tzn. temperatury pary nasyconej. Dalszy przebieg procesu parowania ma charakter ustalony i odbywa się zgodnie z tzw. regułą D^2 , tzn. kwadrat średnicy parującej kropli jest liniową funkcją czasu. Czas ustalania się tej równowagi jest na ogół stosunkowo krótki (rzędu milisekund) i często przy modelowaniu ten okres czasu jest zaniedbywany. Jednak w interesujących nas procesach parowania kropel czy strug jest to okres decydujący, porównywalny z czasem charakterystycznym obserwowanego zjawiska.

Podstawowe równania modelu

Temperatura parującej powierzchni cieczy ustala się w rezultacie bilansu trzech strumieni energii¹: strumienia $\dot{Q}_e$ dostarczającego ciepło z zewnątrz (przewodnictwo w otaczającym gazie), strumienia ciepła dostarczonego z wnętrza kropli (przewodnictwo w cieczy) $\dot{Q}_i$ oraz strumienia ciepła parowania $\dot{Q}_l$. Każdy z tych strumieni jest funkcją szukanej temperatury powierzchni Θ_s . W procedurze iteracyjnej równanie bilansu (6.1) rozwiązywane

¹Zaniedbujemy promieniowanie.

jest metodą kroku czasowego, tzn. szukane jest rozwiązanie dla chwili t_{i+1} na podstawie znajomości poprzedniego stanu w chwili t_i .

$$dQ_e/dt + dQ_i/dt + dQ_l/dt = dQ_{sum}(\Theta_s)/dt = 0 \quad (6.1)$$

Temperatura Θ_∞ i ciśnienie otaczającego gazu P_∞ są stałe (przestrzeń nieskończona) lub ulegają modyfikacji w trakcie parowania (parowanie w zamkniętej objętości). Przyjmuje się, że parametry gazu są stałe w przestrzeni, a jego własności fizyczne obliczane są dla średniej temperatury $\Theta_{1/3}$ zdefiniowanej według tzw. reguły „1/3” podanej przez Hubbarda [45]:

$$\Theta_{1/3} = \Theta_s + (\Theta_\infty - \Theta_s)/3$$

W chwili początkowej ($t=0$) temperatura cieczy wynosi $\Theta(t, r) = T_0$. W miarę upływu czasu rozkład temperatury w kropli ulega ciągłej modyfikacji. Dla każdego kroku czasowego dt_i rozwiązywane są równania profilu temperatury:

$$f(r)_i = \Theta(r, t_{i-1}) \quad (6.2)$$

i transportu masy (6.3)

$$dm_i/dt = Model_parowania(\Theta_s, P_s, P_\infty, \dots). \quad (6.3)$$

Strumień ciepła parowania wiąże z transportem masy wyrażenie:

$$dQ_l/dt = Cieplo_przemiany_fazowej(\Theta_s, P_s, \dots)dm_i/dt \quad (6.4)$$

Wyrażenia (6.3) i (6.4) są funkcjami temperatury powierzchni Θ_s , ciśnienia pary na powierzchni P_s oraz ciśnienia i temperatury otoczenia Θ_∞ , P_∞ , jak również oznaczonych kropkami parametrów fizycznych cieczy i gazu, będących znanymi funkcjami temperatury. W wyniku odparowania pewnej masy cieczy dla każdego kroku czasowego zmienia się również promień kropli (strugi) R_i .

Modelowanie wymiany ciepła i masy

Strumień ciepła z zewnątrz Q_e dany jest wg. Gyarmathy [30] wzorem

$$Q_e = 2\pi R_i \lambda (k_T \Theta_\infty - \Theta_s) (1 + Kn Nu_H / B_H) Nu_H, \quad (6.5)$$

gdzie λ jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego, Kn - liczbą Knudseną, a Nu_H liczbą Nusselta dla wymiany ciepła z poruszającą się kroplą (lub strugą). Funkcje k_T i B_H mają znaczenie tylko dla dużych liczb Macha i Knudseną.

Transport ciepła wewnątrz kropli (strugi) jest obliczany przy użyciu podanego przez Carslaw & Jaegera [10] rozwiązania analitycznego dla rozkładu temperatury chłodzonej powierzchniowo kuli (cylindra). Dla kuli rozwiązaniem analitycznym jest szereg funkcji błędu (*erf*):

$$\begin{aligned} \Theta(r, t) = & \frac{2}{R_i r} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha n^2 \pi^2 t / R_i^2} \sin \frac{n \pi r}{R_i} \int_0^{R_i} r' f(r') \sin \frac{n \pi r'}{R_i} dr' \\ & + \frac{2 R_i \Theta_s}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n}{n} e^{-\alpha n^2 \pi^2 t / R_i^2} \sin \frac{n \pi r}{R_i} \right\} + \Theta_s \end{aligned} \quad (6.6)$$

Dla strugi (nieskończonego cylindra) mamy analogiczne rozwiązanie w postaci szeregów funkcji Bessela.

Funkcja $f(r)$ opisuje początkowy rozkład temperatury w kropli (strudze). Dla chwili $t = 0$ jest to temperatura początkowa T_0 , dla kolejnych kroków czasowych - rozkład temperatury w kroku poprzednim. Aby uniknąć numerycznego całkowania (6.6) dla każdego kroku czasowego funkcja $f(r)$ była przybliżana wielomianem 8 rzędu. Większość nieskończonych szeregów mogła być również przedstawiona w postaci funkcji analitycznej, pozostałe sumowano numerycznie.

Znając $\Theta(r, t)$ obliczamy strumień ciepła dla przewodnictwa cieczy z równania:

$$dQ_i/dt = 4\pi R_i^2 \lambda d\Theta(r, t)/dr|_{r=R_i} \quad (6.7)$$

Parowanie cieczy oblicza się j wykorzystując wielo-zakresowy model podany przez Gyar-mathy'ego [30], który obejmuje zarówno parowanie dyfuzyjne (w obecności gazu neutralnego) jak i kinetyczne (pary pod niskim ciśnieniem):

$$dm/dt = \frac{2\pi R_i \hat{D} \rho_\infty (\bar{P}v_\infty - \bar{P}_s) Nu_M}{1 - \bar{P}v_\infty + Nu_M Kn/B_M} \quad (6.8)$$

Symbole z kreską oznaczają wartości znormalizowane w stosunku do ciśnienia otaczającego gazu P_∞ , $\hat{D}$ jest stałą dyfuzji pary w gazie, Pv_∞ - ciśnieniem parcjalnym pary, a ρ_∞ gęstością gazu daleko od powierzchni.

Funkcja B_M jest zdefiniowana następująco:

$$B_M = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{Rv}{Rm}} Sc \{2 + -\sqrt{\frac{\Theta_\infty}{\Theta_s} \frac{\bar{P}_s}{\bar{P}v_\infty - \bar{P}_s}}\}$$

gdzie Rv i Rm - są stałymi gazowymi pary i mieszaniny para-gaz.

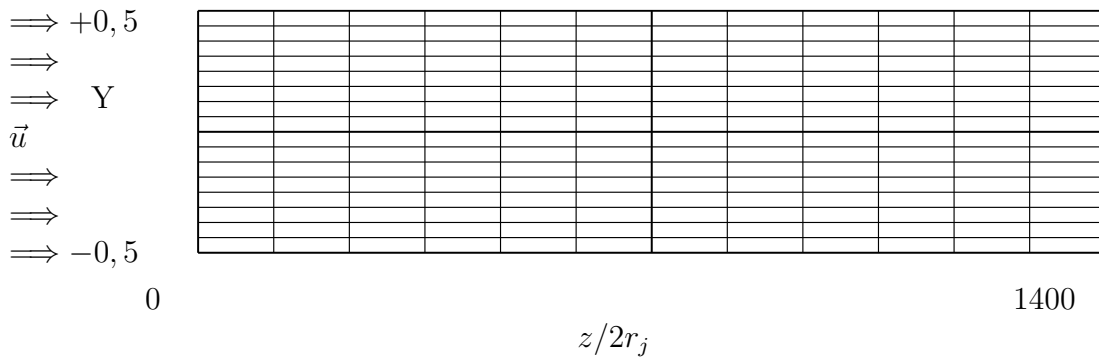
Zmodyfikowana liczba Sherwooda Nu_m jest funkcją liczby Schmidta Sc , liczby Reynoldsa oraz znormalizowanego ciśnienia parcjalnego otaczającego gazu neutralnego Pg_∞ :

$$Nu_M = 2(1 + 0.3Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}} \bar{P}g_\infty^{\frac{1}{3}})$$

Dla procesu parowania w czystej atmosferze gazu neutralnego $Pv_\infty = 0$, $Pg_\infty = P_\infty$ i równanie (6.8) redukuje się do modelu dyfuzyjnego Maxwella-Stephana.

6.2 Dwuwymiarowy model dyskretny parującej strugi

Jednowymiarowy model parującej strugi obok szeregu ograniczeń ma podstawową wadę - nie zawiera de facto przepływu. Nie pozwala to na zbadanie, jaki efekt może mieć zmiana profilu prędkości cieczy w strudze, a w szczególności interesująca nas zmiana wywołana zakrzywieniem toru strugi. Do tego konieczny jest pełny trójwymiarowy opis strugi, co wydaje się możliwe do realizacji jedynie metodami dyskretnymi. Modelowanie dyskretnie rozkładów temperatury dla parującej cieczy nie jest jednak problemem trywialnym. Występujące w tym procesie silne gradienty temperatury, zwłaszcza w początkowym okresie „rozwoju” parowania wymagają bardzo drobnych siatek obliczeniowych i małego kroku



Rysunek 6.1: Schemat siatki obliczeniowej modelującej w schemacie numerycznym dwuwymiarową strugę. Jednorodny profil prędkości i temperatury na wlocie ($z=0$); parujące powierzchnie swobodne $Y \pm 0,5$.

czasowego. Jest to powodem, że korzystając z tych metod na ogół wprowadza się szereg istotnych uproszczeń i ogranicza się do opisu stanu stacjonarnego.

W niniejszej pracy symulację parującej strugi przeprowadzono ograniczając się do jej krótkiego, dwuwymiarowego wycinka. Nie pozwala to na pełne modelowanie efektów fizycznych związanych z zakrzywieniem toru strugi. Ewentualne rezultaty należy traktować jako wskazówkę jakich efektów możemy się spodziewać jeśli podjąć się bardziej ambitnego celu tj. pełnego opisu pola przepływu i termodynamiki dla kolumny cieczy mającej swobodę asymetrycznej zmiany kształtu.

Dwuwymiarowy model dyskretny parującej strugi opracowano adaptując schemat numeryczny różnic skończonych stosowany wcześniej [33] dla badań nad konwekcją naturalną. Pełny układ równań składa się z równań Naviera-Stokesa dla przepływu i równania energii dla temperatury. Dla uproszczenia przyjmujemy, że pole prędkości jest stałe w czasie i nie zależy od pola temperatury. Problem został więc zredukowany do rozwiązania równania energii (6.9).

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \Theta = \nabla^2 \Theta \quad (6.9)$$

Dla przetestowania metody początkowo założono płaski profil prędkości dla całej strugi. Jednym z celów wstępnych testów był wybór wielkości optymalnej siatki obliczeniowej. Duże gradienty temperatury przy powierzchni strugi wymagały użycia przynajmniej 151 punktów siatki dla średnicy strugi. Drogą kompromisu wybrano prostokątną siatkę 151×1400 , modelującą odcinek strugi o długości równej jej 1400 średnic. Jest to długość na której, jak wskazywał model jednowymiarowy, ma miejsce główna zmiana parametrów parującej powierzchni.

Schemat obszaru obliczeniowego przedstawia rys. 6.1.

Na wylocie z dyszy, tzn. dla $Z = 0$ przyjęto równomierny rozkład temperatury cieczy, odpowiadający temperaturze początkowej T_0 . Adiabatyczne warunki brzegowe dla drugiego końca ($Z = z/2r_j = 1400$) symulują nieskończoną strugę. Warunki brzegowe dla parujących powierzchni $Y = y/2r_j = \pm 0,5$ zdefiniowano korzystając z równań danym bilansem energii (6.1). Wiążąc strumień energii wewnętrznej ($\dot{Q}_i = -\dot{Q}_l - \dot{Q}_e$) z obliczanym iteracyjnie polem temperatury otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y}|_{Y=\pm 0,5} = \frac{2r_j}{\lambda} \dot{Q}_i \quad (6.10)$$

Wszystkie równania konieczne do rozwiązania (6.1) i założenia dotyczące otaczającego gazu zostały zaczerpnięte z modelu jednowymiarowego (por. Dodatek 6.1). Zakładamy jednak, że średnica strugi jest stała. Jest to w pełni uzasadnione, gdyż jej zmiany na analizowanej długości kilkuset średnic są pomijalnie małe.

Mimo zredukowania podstawowego układu równań, dla każdego kroku czasowego, w każdym punkcie „powierzchni” strugi trzeba rozwiązać bilans energii 6.1 w skład którego wchodzi równania (6.5) i (6.4). Ten fakt oraz duże gradienty temperatury występujące przy powierzchni jak i na wylocie z dyszy powodują, że procedura obliczeniowa jest bardzo czasochłonna. Wykonano więc jedynie kilka serii obliczeń celem weryfikacji modelu jednowymiarowego (Dodatek 6.1) i wyboru optymalnej wielkości siatki obliczeniowej.

Obliczenia potwierdziły znaleziony na podstawie jednowymiarowego modelu rozkład temperatury powierzchni strugi na całej rozpatrywanej długości. Wobec tego wykorzystano model numeryczny dla zbadania wpływu małych, lokalnych zaburzeń profilu prędkości na powstanie asymetrii rozkładu temperatury powierzchni. W tym celu rozpatrujemy wyizolowany odcinek strugi, która na niemal całej długości ma ustalony, płaski profil prędkości $\vec{u}(y, z) = (0, w_o)$. Adiabatyczne warunki brzegowe dla $Z = 0$ i $Z = 1400$ odpowiadają wycinkowi nieskończonej strugi. W środkowej części rozpatrywanego odcinka na długości jednej średnicy strugi wprowadzamy liniowo zanikające w obu kierunkach zaburzenie prędkości, odpowiadające rozwiązaniu dla przepływu w lekko zakrzywionym kanale [88]. Maksymalna wartość tego zaburzenia (w środku wycinka) ma postać:

$$u_y(Y) = w_o(4 - 9Y^2 + 6Y^4 - Y^6)De/(576Re) \quad (6.11)$$

$$u_z(Y) = w_o + w_o(1 - Y^2)(19|Y| - 21|Y|^3 + 9Y^2 + |Y|^7)De/23040 \quad (6.12)$$

gdzie Re jest liczbą Reynoldsa strugi (≈ 100) a $De = Re^2 2r_j/R_s$ jest liczbą Deana.

Ponieważ promień krzywizny toru strugi R_s obserwowany w eksperymencie jest bardzo duży ($r_j/R_s < 10^{-5}$), w schemacie numerycznym możemy w pierwszym przybliżeniu zaniedbać taką zmianę geometrii i pozostać przy opisie strugi siatką prostokątną (rys. 6.1).

Wartość zaburzenia prędkości jest rzędu 10^{-5} prędkości głównego strumienia w związku z tym jego obecność nie ma istotnego znaczenia dla naruszenie równania ciągłości w tym obszarze. W rzeczywistym przepływie trójwymiarowym pojawia się dodatkowo azymutalna składowa prędkości, która w naturalny sposób „zamyka” przepływ. Naszym celem nie jest jednak rozwiązanie pola przepływu, a jedynie znalezienie rozkładu temperatury dla naszego hipotetycznego profilu prędkości. W związku z tym w obecnej pracy poszukiwano profilu temperatury $\Theta(t, y, z)$, rozwiązując numerycznie dla siatki 151×1400 równanie energii 6.9.

Częściej stosowane oznaczenia

A_{ol}	maksimum amplitudy oscylacji l-tego modu
$a_l(t)$	amplituda oscylacji l-tego modu
$d(t)$	minimalna średnica mikro-strugi $[m]$
d_{min}	minimum średnicy mikro-strugi w chwili przerwania $[m]$
D	średnica strugi, dyszy $[m]$
l_ν	skala długości $[m]$
$L(t)$	długość mikro-strugi $[m]$
L_{max}	długość mikro-strugi w chwili przerwania $[m]$
P_∞	ciśnienie zewnętrzne gazu $[Pa]$
r	współrzędna radialna $[m]$
r_j	promień strugi, dyszy wypływowej $[m]$
$R(\theta, t)$	funkcja konturu kropli
R_0	promień niezdeformowanej kropli $[m]$
Re	liczba Reynoldsa
t	czas $[s]$
t_ν	skala czasowa $[s]$
V	prędkość kropli $[m/s]$
V_j	prędkość wypływu strugi $[m/s]$
X	koncentracja masowa gazu w atmosferze zewnętrznej $[0-1]$
y	odległość radialna od osi strugi $[m]$
Y	bezwymiarowa odległość od osi strugi
z	współrzędna równoległa do osi strugi $[m]$
Z	bezwymiarowa odległość równoległa do osi strugi
Symbole greckie	
θ	kąt systemu współrzędnych biegunowych
Θ	temperatura $[K]$
λ	współczynnik przewodnictwa cieplnego $[W/Km]$
ν	lepkość kinematyczna cieczy $[m^2s^{-1}]$
ϱ	gęstość $[kg\,m^{-3}]$
σ	napięcie powierzchniowe $[N\,m^{-1}]$
Ω	częstotliwość oscylacji kropli
ε	

Podziękowania

Autor niniejszej pracy pragnie w tym miejscu podziękować wszystkim osobom i instytucjom, z którymi współpraca przyczyniła się do realizacji przedsięwziętych zamierzeń.

Szczególne podziękowania pragnąłbym przekazać mojemu długoletniemu opiekunowi naukowemu Prof. dr Władysławowi Fiszdonowi za liczne rady i słowa poparcia w trakcie pracy badawczej.

Za podobną zachętę, pomoc i krytyczne uwagi, szczególnie w ostatniej fazie realizacji pracy, chciałbym w tym miejscu podziękować Prof. dr hab. Henrykowi Zorskiemu.

Niniejsza praca jest rezultatem badań realizowanych przez autora w latach 1985-1994 podczas pobytu w Instytucie Max-Plancka w Getyndze. Możliwości, jakie stworzył ten pobyt, szczególnie eksperymentalne, są nie do przecenienia. Za ten ważny okres dziękuje ówczesnemu dyrektorowi Prof. E.-A. Müllerowi i jego współpracownikom Prof. G.E.A. Meierowi i Prof. F. Obermeierowi.

Mojemu niemieckiemu koledze i przyjacielowi Dipl. Phys. Winfridowi Hillerowi należą się szczególne podziękowania za ciągłą pomoc w realizacji eksperymentów i pokonywaniu niezliczonych pozornie błahych problemów, jakie spotyka się w każdym kraju w laboratorium i poza nim.

„Last but not least“ podziękowanie kieruję do moich byłych studentów, Dipl. Phys. B. Stückrada, D. Brühna oraz Dr. E. Beckera, bez których współpracy zrealizowanie wielu zamierzeń nie byłoby możliwe.

Większość przedstawionych badań powstała w ramach dwóch realizowanych przez autora projektów naukowych finansowanych przez Niemiecki Komitet Naukowy - DFG (Deutsche Forschungsgemeinschaft), za co chciałbym w tym miejscu również złożyć podziękowanie.

æ

Literatura

- [1] Basaran O.A. 1992, Nonlinear oscillations of viscous liquid drops, J.Fluid Mech. 241, 169–198.
- [2] Becker E. 1991, Nichtlineare Tropfenschwingungen unter Berücksichtigung von Oberflächenspannung und Viskosität / Nonlinear oscillations of viscous droplets driven by surface tension. Praca doktorska. Mitteilungen aus dem Max–Planck–Institut für Strömungsforschung 104, Edt. E.-A. Müller MPI Göttingen.
- [3] Becker E., Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1991, Experimental and theoretical investigation of large amplitude oscillations of liquid droplets. J.Fluid Mech. 231, 189-210.
- [4] Becker E., Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1994, Nonlinear dynamics of viscous droplets. J.Fluid Mech. 258: 191–216.
- [5] Becker E., Brosa U., Kowalewski T.A 1994, Reduction of nonlinear dynamic systems, Computer Assisted Mechanics and Eng. Sci., 1, 39-48.
- [6] Bogy D.B. 1979, Drop formation in a circular liquid jet, Annu. Rev. Fluid Mech. 11, 207-228.
- [7] Brosa, U. 1986, Linear analysis of the currents in a pipe. Z. Naturforsch. 41a, 1141-1153.
- [8] Brosa, U. 1988, Strongly dissipative modes. Nieopublikowany manuskrypt, Universität Marburg.
- [9] Brüscheiler H. 1975, Eigenschaften und biologisches Abbauverhalten von grenzflächenaktiven Verbindungen (Tensiden). Chimia, 1, 31–42.
- [10] Carslaw H.S., Jaeger J.C. 1959, Conduction of heat in solids, Oxford University Press, London, 2nd ed., 188-213.
- [11] Chandrasekhar S. 1961, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, 466-477. Oxford: Clarendon Press.
- [12] Charwat A.F., Russali R.R. 1981, On the disintegration of superheated capillary jets, Phys. Chem. Hydrodyn. 2, 55–60.
- [13] Chaudhary K.C., Redekopp L.G. 1980, The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Part 1. Theory, J. Fluid Mech., 96, 257-274.

- [14] Chaudhary K.C., Maxworthy T. 1980, The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Part 2. Experiments on jet behaviour before droplet formation, *J. Fluid Mech.*, 96, 275-286.
- [15] Chaudhary K.C., Maxworthy T. 1980, The nonlinear capillary instability of a liquid jet. Part 3. Experiments on satellite drop formation and control, *J. Fluid Mech.*, 96, 287-297.
- [16] Chaves U., Kowalewski T.A., Speckmann H.-D., Meier G.E.A. 1987, Freistrahlerversuche zum genauen Einsatz der Verdampfungseffekte bei Einspritzung von verschiedenen motorischen Kraftstoffen, Bericht 102/1987, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen.
- [17] Chaves U., Kowalewski T.A., Meier G.E.A. 1987, Untersuchung des Verdampfungsverhaltens von Einspritzstrahlen in einem Saugrohrmodell, Bericht 103/1987, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen.
- [18] Chaves U., Kowalewski T.A., Kurschat T., Meier G.E.A. and Müller E.-A., 1988 Similarity in the behaviour of initially saturated liquid jets discharging through a nozzle, *Chem. Physics* 126, 137–143.
- [19] Cram L.E. 1984, A numerical model of droplet formation, *Computational Techniques & Applications: CTAC-83*, 182-188, Edts.: J. Noye & C. Fletcher, Elsevier Scs. Publ., North-Holland.
- [20] Daidizić H., Stadler R., Dominick J. 1994, Experimental techniques for measurements of droplet evaporation, *Proc. of ICLASS-94*, Rouen (France), July 1994, 875-882.
- [21] Defay R., Hommelen J.R. 1959, The importance of diffusion in the adsorption process of some alcohols and acids in dilute aqueous solutions. *J. Coll. Sci.* 14, 411–418.
- [22] Defay R. and Pétré G. 1971, *Dynamic Surface Tension in Surface and Colloid Science*, ed. E. Matijević, Wiley-Intersc.
- [23] Eggers J. 1993, Universal pinching of 3D axisymmetric free-surface flow, *Phys. Rev. Letters* 71, 3458-3460.
- [24] Eggers J., Dupont T.F. 1994, Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier-Stokes equation, *J. Fluid Mech.* 262, 205-221.
- [25] Foote G.B. 1973, A numerical method for studying simple drop behaviour: simple oscillation, *J. Comput. Phys.* 11, 507-530.
- [26] Frumkin A. 1925, Die Kapillarkurve der höheren Fettsäuren und die Zustandsgleichung der Oberflächenschicht. *Zeitschrift für Physikalische Chemie* 116, 466–484.
- [27] Fuchs H., Legge H. 1979, Flow of a water jet into vacuum, *Acta Astronautica*, 6, 1213-1226.

- [28] Garrett P.R., Ward D.R. 1989, A reexamination of the measurement of dynamic surface tensions using the maximum bubble pressure method. *J. Colloid Interface Sci.* 132, 475–490.
- [29] Goedde E.F., Yuen M.C. 1970, Experiments on liquid jet instability, *J. Fluid Mech.* 40, 495–511.
- [30] Gyarmathy G. 1982, The spherical droplet in gaseous carrier streams: Review and synthesis, *Multiphase Science and Technology* vol. 1, Eds. Hewitt G.F., Delhay J.M., Zuber N., Hemisphere, 99–279.
- [31] Harkins W.D., Jordan H.F. 1930, A method for determination of surface and interfacial tension from the maximum pull on a ring. *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1751–1772.
- [32] Hickman K. 1952, Surface behaviour in the pot still, *Ind. Engng Chem.*, 44, 1892–1902.
- [33] Hiller W.J., Koch St., Kowalewski T.A. Stella F. 1993, Onset of natural convection in a cube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 13, 3251–3263.
- [34] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1987, Eine einfache Hochgeschwindigkeitskamera mit CCD-Sensor, Bericht 8/1987, Max-Planck- Institut für Strömungsforschung, Göttingen.
- [35] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1988, An optical method for surface tension measurements of dispersed liquid droplets, *Proc. of ICALEO'87*, 6th Int. Congress on Application of Laser and Electro-Optics, Optical Methods in Flow and Particle Diagnostics, vol. 63. Ed. W. Stevenson, Publ. Laser Institut of America, 106–110, Toledo (USA).
- [36] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1989, Application of the frame transfer charge-coupled device for high speed imaging, *Optical Eng.* 28 197–200.
- [37] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1989, Surface tension measurements by the oscillating droplet method. *Phys. Chem. Hydrodyn.* 11, 103–112.
- [38] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1989, Optical investigation of oscillating liquid droplets, *ZAMM* 69, 629–630.
- [39] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1989, Experimental analysis of free oscillating liquid drops, *Proceedings of the 10th Australasian Fluid Mechanics Conference*, University of Melbourne, Dec. 1989, 7.21 –7.24.
- [40] Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1989, Liquid microjets - a useful tool for the measurement of material properties, *Proc. of the 10th ABCM Mechanical Engineering Conf.*, Rio de Janeiro (Brasil), Dec. 1989, Eds. M. Hirata et al., 423 - 426, COPPE/UFRJ.
- [41] Hiller W.J., Kowalewski T.A., Tatarczyk Th. 1993, High speed frame transfer CCD, *Proc. 20th Int. Congr. of High Speed Photography and Photonics*, 21–25, Sept. 1992 Victoria, Canada, Edt. SPIE Vol. 1801, 595–601, Washington.

- [42] Hiller W.J.; Kowalewski T.A., Stasicki B. 1989, Schnelle Bildaufzeichnung mit CCD-Kameras und gepulsten LEDs. *Laser und Optoelektronik* 21, 64–68.
- [43] Hiller W.J. Kowalewski T.A., Llorach Forner V., Stückrad B., Behnia M. 1992, Charge-coupled devices in flow visualisation. *Proceedings of The Sixth International Symposium on Flow Visualisation, Yokohama 1992*, Eds. Tanida Y. & Miyashiro H., Springer-Verlag, 695–699.
- [44] Hiller W., Lent H.-M. Meier G.E.A., Stasicki B. 1987, A pulsed light generator for high speed photography. *Exp. Fluids* 5, 141-144.
- [45] Hubbard G.L., Denny V.E., Mills A.F. 1975, Droplet evaporation: Effects of transient and variable properties, *Int. J. Heat Mass Transfer* 18, 10003-8.
- [46] Keller J.B., Miksis, 1983, Surface tension driven flows, *SIAM J. Appl. Maths.* 43, 268-277.
- [47] Keller J.B., Rubinow S.I., Tu Y.O. 1973, Spatial instability of a jet, *Phys. of Fluids* 16, 2052-2055.
- [48] Kelvin, Lord 1890, Oscillations of a liquid sphere, *Mathematical and Physical Papers* 3, 384-386, Clay & Sons.
- [49] Kowalewski T.A., Bruhn D. 1994, Nonlinear Oscillations of Viscous Droplets, *Proc. of Japanese-Centr. European Workshop on Adv. Comp. in Eng.*, Pultusk, Wrzesień 1994, w druku.
- [50] Kowalewski T.A., Hiller W.J., 1991, Unsteady droplet evaporation, *Proc. of 11th ABCM Mech. Eng. Conf. São Paulo (Brasil)*, Dec. 1991, vol.2, 17–20, Ed. Esp. da Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, São Paulo.
- [51] Kowalewski T.A., Hiller W.J., 1992, Transient effects by evaporation from oscillating drops, manuskrypt referatu przedstawionego na XVIIIth IUTAM Congress w Haife, Aug. 22-28.
- [52] Kowalewski T.A., Hiller W.J., Behnia M. 1992 Behaviour of small diameter evaporating jets, *Proceedings of the 11th Australasian Fluid Mechanics Conference*, University of Tasmania, Hobart, Australia, 14-18. Dec. 1992, 905–908, UT Hobart.
- [53] Kowalewski T.A., Hiller W.J., Behnia M. 1993, An experimental study of evaporating small diameter jets, *Physics of Fluids A* 5, 1883–1890.
- [54] Kurzweg U.H., de Zhao L. 1984, Heat transfer by high-frequency oscillations: A new hydrodynamic technique for achieving large effective thermal conductivities, *Phys. Fluids* 27, 2624-2627.
- [55] Lamb H. 1932, *Hydrodynamics*, 6th ed., 473-475 & 639-641. Cambridge University Press.
- [56] Landau L. Lifszic E. 1958, *Mechanika ośrodków ciągłych*, p.593, PWN Warszawa.

- [57] Lundgren T.S., Mansour N.N. 1988, Oscillation of drops in zero gravity with weak viscous effects. *J.Fluid Mech.* 194, 479-510.
- [58] Masson D.; Diedrich K., Rehm G., Stefan M., Schulze-Mosgau, H. 1977 Die Messung der Oberflächenspannung im Fruchtwasser als einfache Methode zur Bestimmung der fetalen Lungenreife. *Geburtshilfe und Frauenheilkunde* 37, 57–63.
- [59] Marston P.L., Apfel R.E. 1979, Acoustically forced shape oscillations of hydrocarbon drops levitated in water, *J. Colloid and Int. Scis.* 68, 280-286.
- [60] McCarthy M.J., N.A. Molloy, N.A. 1974, Review of stability of liquid jets and the influence of nozzle design, *The Chem. Eng. J.* 7 1–20.
- [61] Möhring, W.; Knipfer, A. 1993, A model for nonlinear axisymmetric droplet vibrations, *Physica D*, 64, 404–419.
- [62] Muntz E.P., Orme M. 1987, Characteristics, control, and uses of liquid streams in space, *AIAA J.*, 25, 746-756.
- [63] Natarajan, R., Brown, R.A. 1987 Third-order resonance effect and the nonlinear stability of drop oscillation. *J.Fluid Mech.* 183, 95-121.
- [64] Palmer H.J. 1976, The hydrodynamic stability of rapidly evaporating liquids at reduced pressure, *J. Fluid Mech.* 75, 487–511.
- [65] Patzek T.W., Brenner R.E., Basaran O.A., Scriven L.E. 1991 Nonlinear oscillations of inviscid free drops. *J. Comp. Physics* 97, 489-515.
- [66] Peregrine D.H., Shoker G., Symon A. 1990, The bifurcation of liquid bridges, *J. Fluid Mech.* 212, 25.
- [67] Prosperetti, A. 1977, Viscous effects on perturbed spherical flows. *Quart. Appl. Math.* 35, 339-352.
- [68] Prosperetti, A. 1980, Normal-mode analysis for the oscillations of a viscous liquid drop immersed in another liquid. *J. Mec.* 19, 149-182.
- [69] Prosperetti, A. 1980, Free oscillations of drops and bubbles: the initial-value problem. *J.Fluid Mech.* 100, 333-347.
- [70] Prosperetti A., Plesset M.S. 1984, The stability of an evaporating liquid surface, *Phys. Fluids* 27, 1590–1602.
- [71] Rayleigh J.W.S. 1878, On the instability of jets. *Proc. Lond. Math. Soc.* 10, 4-13.
- [72] Rayleigh J.W.S. 1879 On the capillary phenomena of jets. *Proc. R. Soc. Lond.* 29, 71-97.
- [73] Rasmussen D.H. 1986 Dynamic surface tension and classical nucleation theory. *J. Chem. Phys.* 4, 2272–2276.
- [74] Reid W.H. 1960, The oscillation of viscous liquid drop, *Quart. Appl. Math.* 18, 86-89.

- [75] Sharma A., Ruckenstein E. 1988, Dynamics and lifetimes of thin evaporating liquid films: Some non-linear effects, *Phys. Chem. Hydrodyn.* 10, 675–691.
- [76] Shi X.D., Brenner M.P., Nagel S.R. 1994, A cascade of structure in a drop falling from a faucet, *Science* (przesłane do publikacji).
- [77] Tjahjadi M., Stone H.A., Ottino J.M. 1992, Satellite and subsatellite formation in capillary breakup, *J. Fluid Mech* 243, 297–317.
- [78] Trinh, E.; Wang, T.G. 1982, Large-amplitude free and driven drop-shape oscillations: experimental observations, *J. Fluid Mech.*, 122, 315–338.
- [79] Tsamopoulos, J.A.; Brown, R.A. 1983, Nonlinear oscillations of inviscid drops and bubbles, *J. Fluid Mech.*, 127, 519–537.
- [80] Stone H. 1994, Dynamics of drop deformation and breakup in visous fluids, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 26, 65–102.
- [81] Strani M., Sabetta F. 1988: Viscous oscillations of a supported drop in an immiscible fluid. *J.Fluid Mech.* 189, 397–421.
- [82] Stückerad B., Hiller W.J., Kowalewski T.A. 1993, Measurement of dynamic surface tension by the oscillating droplet method. *Exp. in Fluids*, 15: 332–340.
- [83] Tsamopoulos J.A., Brown R.A. 1983, Nonlinear oscillations of inviscid drops and bubbles. *J.Fluid Mech.* 127, 519–537.
- [84] Wang C.H., Law C.K. 1985, Microexplosion of fuel droplets under high pressure, *Combust. Flame*, 59, 53–62, 1985.
- [85] Ward A.F.H., Tordai L. 1946, Time-dependence of boundary tensions of solutions. *J. Chem. Phys.* 7, 453–461.
- [86] Xu J.-J., Davis S.H. 1985, Instability of capillary jets with thermocapillarity, *J.Fluid Mech.* 161, 1–25.
- [87] Yao S.-C., Schrock V.E. 1976, Heat and mass transfer from freely falling drops, *J. Heat Transfer Trans. ASME* 98, 120–125.
- [88] Yao L.-S., Berger S. 1978, Flow in heated curved pipes, *J. Fluid Mech.* 88, 339–354.
- [89] Yarin A.L. 1982, Stationary configuration of fibres formed under nonisothermal conditions, *J. Appl Mech. and Techn. Phys.* 23, 865–870.
- [90] Yarin A.L. 1993, Free liquid jets and films: hydrodynamics and rheology, p.13, Longman Sci. & Techn., Essex.
- [91] Yarin A.L. 1993, Instability of rapidly evaporating liquids jets and droplets. Theoretical study. Ber. 17/1993, Max–Planck–Institut für Strömungsforschung, Göttingen.

Spis treści

Wprowadzenie	6
1. Metodyka pomiarów	11
1.1 Stanowisko pomiarowe	11
1.2 Metody rejestracji obrazów	13
1.2.1 Metoda fazowo-stroboskopowa	13
1.2.2 Metoda „Frame-Transfer“	13
1.2.3 Metoda wielokrotnej ekspozycji	15
2. Struga cieczy w momencie odrywania się kropli	17
2.1 Obserwacje eksperymentalne	19
2.1.1 Stanowisko pomiarowe i ciecze	19
2.1.2 Rezultaty pomiarów	20
2.2 Porównanie z modelem teoretycznym	30
2.3 Podsumowanie	35
3. Niestabilność strugi cieczy wywołana parowaniem	36
3.1 Obserwacje strug parującej cieczy	36
3.2 Próba interpretacji	42
3.2.1 Klasyfikacja zaburzeń parującej strugi	42
3.2.2 Zakrzywienie toru parującej strugi	44
3.2.3 Możliwe mechanizmy niestabilności parującej strugi	45
3.3 Uwagi końcowe	47
4. Oscylacje kropli cieczy w powietrzu	49
4.1 Eksperyment	49
4.2 Modele teoretyczne	52
4.2.1 Przegląd stosowanych modeli własnych	55
4.2.2 Weryfikacja modeli	58
4.3 Oscylująca kropla jako metoda pomiarowa	69
4.3.1 Pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego	70
4.3.2 Pomiar temperatury i składu powierzchni parującej kropli	71
4.4 Uwagi końcowe	76
5. Podsumowanie	78

6. Dodatek	80
6.1 Jednowymiarowy model parującej kropli (strugi)	80
6.2 Dwuwymiarowy model dyskretny parującej strugi	82
Częściej stosowane oznaczenia	85
Podziękowania	86
Spis literatury	87