

- 5 BUSCHMARIN, O.; BASSIN, B.: Parametrische Berechnungsmethode der laminaren instationären Grenzschicht (in Russisch). Inž.-Fiz. Žurnal XXI (1972), No. 2.
 6 IVANOVIĆ, D.: Instationäre inkompressible Grenzschicht (in Serbisch). Doktordissertation, Maschinenbau-Fakultät, Podgoritza 1992.
 7 SCHLICHTING, H.: Grenzschicht-Theorie. Braun-Verlag, Karlsruhe 1964.

Anschriften: Dr. V. SALJNIKOV, Nevesinjska 17, YU-11000 Beograd, Serbien; Dr. D. IVANOVIĆ, Oktobarske revolucije 122, YU-81000 Podgorica, Montenegro

3.6 NACHLAUFSTRÖMUNGEN. EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

ZAMM · Z. angew. Math. Mech. 74 (1994) 5, T 394–T 396

Akademie Verlag

MITGAU, P. M.; HILLER, W. J.; KOWALEWSKI, T. A.

Verfolgung von Teilchen in einer dreidimensionalen Strömung

MSC (1991): 76T05

Die Verfolgung von Teilchen ist ein oft benutztes Verfahren zur Sichtbarmachung einer Strömung. Dabei stellt sich die Frage, inwieweit die Teilchen wegen ihrer vom Fluid unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften der Strömungsbewegung folgen können.

Die Bewegung der Teilchen wird in einer laminaren Konvektionsströmung in einer kubischen Zelle untersucht. Zwei aus Aluminium bestehende gegenüberliegende senkrechte Seitenwände der Zelle werden auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten. Die Temperaturverteilung der übrigen Wände, die aus Plexiglas bestehen, stellt sich durch die Strömung ein. Auf Grund der Haftbedingungen an Vorder- und Rückseite der Zelle ist die Strömung dreidimensional [3], [4]. Die Konvektionszelle wird mit zwei CCD-Kameras von der Seite und von unten, beobachtet [1], so daß man alle Bewegungskomponenten der Teilchen voll erfassen (Abb. 1a) kann.

Die Bewegungsgleichung für ein Teilchen in einer laminaren Strömung lautet nach MAXEY [6]:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = A(\mathbf{u} + \mathbf{G} - \mathbf{v}) + R \left(\mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{v} \right) \nabla \cdot \mathbf{u}. \quad (1)$$

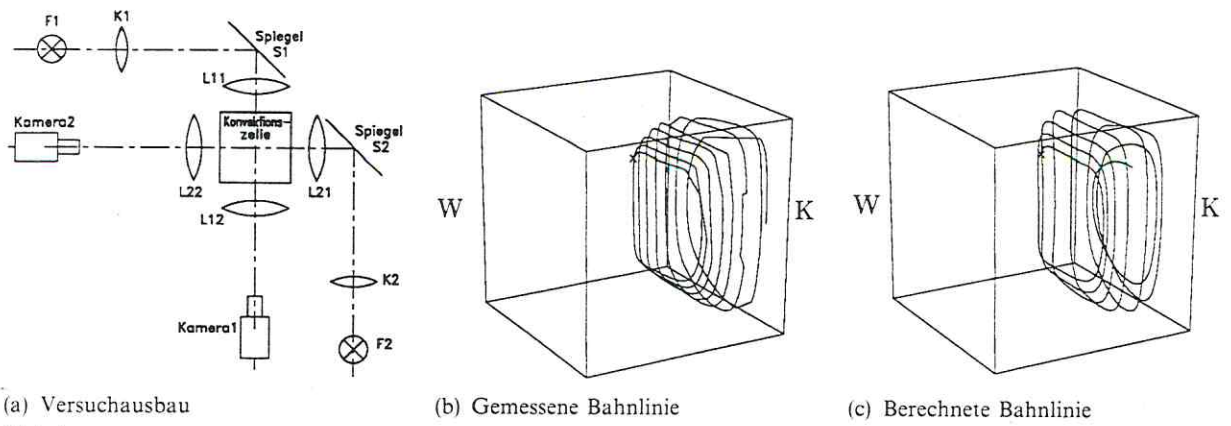
Hierbei werden folgende dimensionslose Parameter verwendet:

$$R = \frac{\rho_f}{\rho_p + \frac{1}{2} \rho_f}, \quad \mathbf{G} = \frac{2r^2(\rho_p - \rho_f) \mathbf{g}}{9\nu\rho_f u_0}, \quad A = \frac{9\nu\rho_f L}{2r^2 \left(\rho_p + \frac{1}{2} \rho_f \right) u_0}, \quad u_0 = \alpha/L.$$

\mathbf{u} , \mathbf{v} Strömungs- bzw. Teilchengeschwindigkeit, ρ_f , ρ_p Dichte des Fluids bzw. der Teilchen, r Radius der Teilchen, \mathbf{g} Gravitationsbeschleunigung, L Kantenlänge der Zelle, ν , α kinematische Viskosität bzw. Temperaturleitfähigkeit des Fluids. Der erste Term der Gleichung auf der rechten Seite stellt die Stokessche Reibungskraft einschließlich der Gravitationskraft dar, der zweite Term beschreibt die konvektive Kraft. Für Teilchen, die die gleiche Dichte wie das Fluid haben, ist der Gravitationsparameter $\mathbf{G} = 0$ und der Parameter $R = 2/3$. Je kleiner die Teilchen sind, um so größer wird der Stokessche Parameter A . In dieser Gleichung wurden sowohl die Faxen-Korrektur wie auch die Basset-Kraft vernachlässigt. Numerische Untersuchungen haben gezeigt, daß für die hier betrachtete Konvektionsströmung diese beiden Zusatzkräfte vernachlässigbar sind.

Es wurden zwei unterschiedliche Versuche durchgeführt. Zum einen wurden Bahnlinien einzelner Teilchen über einen längeren Zeitraum (8 h) verfolgt und mit dem Verlauf der entsprechenden Stromlinien der Konvektionsströmung verglichen. Für die Berechnung des Strömungsfeldes wurde ein Finite Differenzen Programmcode FRCON3D [2] benutzt. Die Temperaturverteilung auf den Innenseiten der Plexiglaswände, wurden aus Messungen von ST. KOCH [5] übernommen und als thermische Randbedingungen benutzt. In Abb. 1b und 1c ist der Verlauf einer gemessenen bzw. berechneten Bahnlinie gegenübergestellt. Ihre Verläufe stimmen gut überein.

In dem zweiten Versuch wurden etwa 100 Teilchen über einen sehr langen Zeitraum (72 h) beobachtet. Dazu wurden einmal Teilchen mit einer höheren ($R = 0.6$, $G = 38$, $a = 1.5 \cdot 10^8$) und einmal mit einer niedrigeren Dichte ($R = 0.7$, $G = -22$, $A = 1.3 \cdot 10^8$) eingesetzt. Der mittlere Durchmesser der Teilchen liegt etwa bei 200 μm . Zu Beginn der Versuche waren die Teilchen gleichmäßig über die Zelle verteilt. Zum Ende der Versuchszeit hatten sich die Teilchen deutlich entmischt. Zur besseren Sichtbarmachung dieses Effekts sind 100 Einzelaufnahmen, die im engen Zeitabstand zu Ende der



(a) Versuchsaufbau
Abb. 1.

(b) Gemessene Bahnlinie

(c) Berechnete Bahnlinie

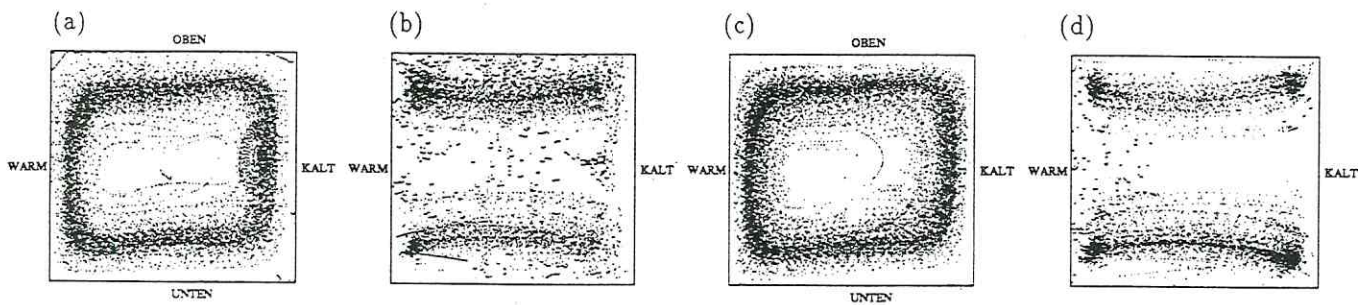


Abb. 2. Gemessene Teilchenverteilung: (a) und (b) mit $R = 0.7$, $G = -22$, $A = 1.5 \cdot 10^8$, (a) von der Seite, (b) von oben; (c) und (d) mit $R = 0.6$, $G = 38$, $A = 1.3 \cdot 10^8$, (c) von der Seite, (d) von oben

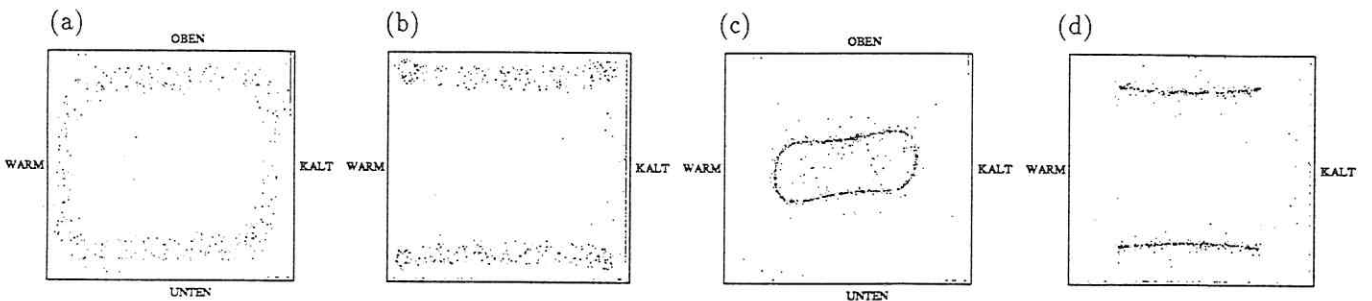


Abb. 3. Berechnete Teilchenverteilung: (a) und (b) mit $R = 0.7$, $G = 0$, $A = 1000$. (a) von der Seite, (b) von oben; (c) und (d) mit $R = 0.6$, $G = 38$, $A = 1000$. (c) von der Seite, (d) von oben

Versuchszeit aufgenommen wurden, überlagert. In beiden Fällen ziehen sich die Teilchen auf je zwei schlauchartige Gebiete zusammen (Abb. 2).

Mit Hilfe der Gleichung (1) wurde das Verfahren der Teilchen numerisch simuliert. Dabei mußten wir den Entmischungseffekt verstärken, da sonst die Rechenzeiten zu groß geworden wären. Dazu wurde der Parameter A um etwa 5 Zehnerpotenzen größer als im Experiment gewählt. Die Startpunkte der Teilchen wurden mit dem Zufallsgenerator bestimmt. Nach einer Verweildauer von 40 Stunden erhält man die in Abb. 3 dargestellte Teilchenverteilung. Auch hier findet eine Entmischung der Teilchen statt.

Auffällig bei den Teilchen mit der niedrigeren Dichte ist, daß sich die Gebiete, in denen sich die Teilchen sammeln, in der numerischen Simulation mehr im Zelleninneren befinden. Für die dichteren Teilchen ist die Entmischungszone nur ganz geringfügig zu den Zellwänden hin verschoben. Die Vermutung liegt nahe, daß die Ursache hierfür in der stark abweichenden Größe des Parameters A zu suchen ist.

Obwohl Bahnlinien der Teilchen für kurze Zeiten den Stromlinien der stationären Strömung gut folgen, tritt für lange Verweildauern eine starke Entmischung ein, die auch für technische Anwendungen von Interesse sein könnte.

Literatur

- 1 BARTELS-LEHNHOFF, H.-H.: Erfassung dreidimensionaler Bahnlinien und Geschwindigkeitsfelder mittels automatischer Bildverarbeitung. Mitteilung aus dem MPI Göttingen 101. Max-Planck-Institut für Strömungsforschung 1991.
- 2 GOH, L. E.; LEONARDI, E.; DE VAHL DAVIS, G.: FRECON3D – Programmers manual. A program for the numerical solution of mixed convection in a three-dimensional rectangle cavity. Rep. 1988/FMT 7, 1988.

- 3 HILLER, W. J.; KOCH, ST.; KOWALEWSKI, T. A.; MITGAU, P.; RANGE, K.: Visualization of 3-D natural convection. In: TANIDA, Y.; MIYASHIRO, H. (eds.): Flow visualization. VI. Springer Verlag, New York 1992, pp. 474–478.
- 4 KOCH, ST.: Experimente zur Thermokonvektion in einer kubischen Zelle. Bericht 6/1986, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung 1989.
- 5 KOCH, ST.: Berührungslose Messung von Temperatur und Geschwindigkeit in freier Konvektion. Dissertation, Universität Göttingen 1993.
- 6 MAXEY, M. R.: The motion of small spherical particles in a cellular flow field. Phys. Fluids **30** (1987), 883–889.

Anschrift: P. M. MITGAU; W. J. HILLER; Dr. T. A. KOWALEWSKI, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Bunsenstr. 10, D-37073 Göttingen, Deutschland

ZAMM · Z. angew. Math. Mech. 74 (1994) 5, T 396–T 397

Akademie Verlag

NOACK, B. R.; ECKELMANN, H.

Theoretical Investigation of the Bifurcations and the Turbulence Attractor of the Cylinder Wake

MSC (1991): 76F99, 76D25

The transition scenario of the incompressible viscous flow around an infinitely long circular cylinder is investigated. The properties of this flow depend on the Reynolds number $Re = UD/\nu$, where U is the velocity of the oncoming flow, D the diameter of the cylinder, and ν the kinematic viscosity of the fluid. For $Re < 45$ a steady two-dimensional flow is observed. For $45 < Re < 175$ laminar two-dimensional vortices are shed periodically from the cylinder. For $Re > 175$ three-dimensional perturbations are superimposed on the periodic vortex shedding.

A low-dimensional Galerkin method was constructed in order to investigate the flow with global stability analyses and with chaos-theoretical methods. The employed method is based on 63 two-dimensional and 126 three-dimensional modes with the spanwise wavelength L (for details see [1]).

The transition from the steady to the periodic flow at $Re = 45$ was experimentally identified as a supercritical Hopf bifurcation which is described by the Landau model [2], [3]. This result is numerically confirmed with our two-dimensional Galerkin method, which yields similar Landau coefficients [4].

The onset of three-dimensionality into a three-dimensional periodic wake at $Re \approx 175$ [5] is shown to be described by a supercritical Hopf bifurcation in spanwise direction – in analogy to the onset of the convection rolls in the Rayleigh-Benard problem. The theoretically predicted critical Reynolds number of 170 and critical wavelength of $1.8D$ are in good agreement with experiments [6].

After further bifurcations, which depend on the chosen spanwise wavelength L , an irregular Galerkin solution is observed. In the following the corresponding turbulence attractor for $Re = 300$ and $L = 1.8D$ is considered. The present low-dimensional Galerkin method is expected to describe qualitatively the dynamics of the von Kármán vortices; it cannot resolve the fine-scale structures in the wake observed for larger Reynolds numbers. In order to characterize the turbulence attractor, the Liapunov spectrum is numerically computed (see Fig. 1). The spectrum contains one positive exponent, thus indicating chaotic dynamics. From the Kaplan-Yorke conjecture, the correlation dimension of the attractor is estimated to be 3.41. This finite value must be considered as an artifact of the assumed spanwise periodicity in the numerical method [7]. Nevertheless it seems to describe some basic wake properties, since the value is similar to the correlation dimensions of constructed attractors from experimental velocity fluctuations at similar Reynolds numbers [8].

In order to obtain more insight in the damped (or slaved) modes, various spectra are analyzed: the growth-rates σ_n of the stability spectrum $\{\lambda_n = \sigma_n + i\omega_n\}_n$ of the unstable steady solution, the corresponding growth-rates $\ln |\mu_n|/T$ (T : shedding period) of the Floquet spectrum $\{\mu_n\}_n$ of the unstable two-dimensional periodic solution, the Liapunov exponents $\{\gamma_n\}$ of the turbulent wake, and the Karhunen-Loewe spectrum $\{\delta_n\}_m$, where δ_n can be interpreted as the standard deviation in the n -th “principal axis” of the turbulence attractor. Interestingly, the growth rates of all three stability spectra decrease linearly with the index n (see Fig. 2). The least-square lines of the Floquet and Liapunov analyses coincide within the numerical accuracy. Only for $n > 150$ the growth-rates lie below the least-square lines, which may be due to a truncation error of the finite mode expansion as in Ref. [9]. This linear relationship implies that the characteristic decay time of the n th eigenmode is proportional to $1/n$ for large n . The Karhunen-Loewe eigenvalues follow a power law $\delta_n \propto n^{-3.14}$. This power law indicates that the attractor is very flat in almost all directions. So far we cannot explain these surprisingly simple relationships from physical assumptions. Yet, we believe that they may be importance for turbulence models or theories.

