I Kongres Mechaniki Polskiej, Warszawa, 28–31 sierpnia 2007 r.
J. Kubik, W. Kurnik, W.K. Nowacki (Red.) *na prawach rękopisu*

Modelowanie procesów plastycznej deformacji metali dla złożonych dróg obciążenia

Maciejewski J., Mróz Z.
Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa.

Streszczenie: Praca przedstawia konstytutywny model materiału dla metali w zastosowaniu do złożonych ścieżek obciążenia, ze szczególnym uwzględnieniem procesów ściskania z cyklicznym skręcaniem. Tego typu deformacja zachodzi w procesach technologicznych KOBO [2, 3]. Został przedstawiony dwu- i trój-powierzchniowy model materiału uwzględniający wzmocnienie izotropowe i kinematyczne. Model został zweryfikowany dla szeregu materiałów (miedź, stop PA7, stal węglowa) dla złożonych ścieżek cyklicznych obciążeń. Przedstawiono zastosowanie modelu do opisu zjawiska ratchetingu.

1. WSTĘP

Deformacja cykliczna metali ma bardzo dużo opracowań, zarówno w badaniach eksperymentalnych jak i rozważaniach analitycznych. Zjawiska związane z cykliczną plastycznością metali takie jak: efekt Bauschingera, wzmocnienie i nawrót, pamięć historii odkształcenia, zależność wzmocnienia od amplitudy odkształcenia, efekty nieproporcjonalnej ścieżki obciążenia, były opisywane poprzez wprowadzane szeregu parametrów modeli konstytutywnych. Szereg opracowań dotyczy zjawisk akumulacji odkształceń (ratcheting) przy cyklicznym obciążeniu sterowanym naprężeniowo. Prawidłowy opis tych zjawisk jest jednym z najważniejszych zadań przy modelowaniu bezpieczeństwa konstrukcji. W ostatnich latach coraz większe zainteresowanie badaczy skupione jest na procesach cyklicznej deformacji metali przy sterowaniu odkształceniowym. W procesach obróbki plastycznej ze złożonym sterowaniem występuje efekt zmniejszenia poziomu siły potrzebnej do realizacji procesu. Korbel i Bochniak [2, 3] opracowali proces KOBO, w którym wyciskanie materiału realizowane jest poprzez kombinowany ruch stempla i cyklicznej skrętnej oscylacji matrycy. W tego typu procesach, oprócz zmniejszenia nacisku stempla, występują dodatkowe efekty poprawiające własności końcowego produktu jak wzrost ciągliwości oraz drobna jednorodna struktura ziaren.

Do tej pory procesy deformacji plastycznej przy złożonym wymuszeniu odkształceniowym nie były wystarczająco analizowane w literaturze. Rozwiązania analityczne dla materiału idealnie plastycznego przy sterowaniu odkształceniowym złożonym z progresywnego osiowego odkształcenia z nałożonymi cyklami odkształcenia postaciowego zostały przedstawione przez Mroza z zespołem [11], gdzie na przykładzie obciążenia cylindra zostały omówione stałe pętle naprężenia i redukcja obciążenia osiowego. Niniejsza praca koncentruje się na konstytutywnym modelowaniu materiału przy złożonym sterowaniu odkształceniowym z uwzględnieniem efektów wzmocnienia materiału.

2. SFORMUŁOWANIE MODELU

2.1. Model dwu-powierzchniowy. (Two-surface hardening-recovery model)

Model dwu-powierzchniowy zakłada efekt wzmocnienia i dostosowania do stanu ustalonego poprzez założenie współosiowego prawa przyrostu tensora naprężeń wstecznych i tensora przyrostu odkształceń plastycznych. Koncepcja wzmocnienia kinematycznego zaproponowana przez Armstronga i Fredericka [1] będzie stosowana do opisu zachowania materiału. Powierzchnia plastyczności i prawo płynięcia określone są przez równania:

$$f_p = \sqrt{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X})\cdot(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X})} - \sigma_p = 0 \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda}\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda}\frac{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X})}{\sigma_p}, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \;\; f_p \leq 0, \;\; \dot{\lambda} f_p = 0, \tag{2}$$

gdzie $\dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}$, $\boldsymbol{S}$ jest dewiatorem stanu naprężenia , $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} tr\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{1}$, $\boldsymbol{X}$ jest tensorem naprężeń wstecznych opisującym położenie środka powierzchni, a σ_p jest naprężeniem granicznym. Ewolucję naprężeń wstecznych $\boldsymbol{X}$ możemy wyrazić w formie :

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \frac{2}{3} c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \gamma \boldsymbol{X}\dot{\lambda} = \dot{\lambda}\left[\frac{c(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X})}{\sigma_p} - \gamma \boldsymbol{X}\right] \tag{3}$$

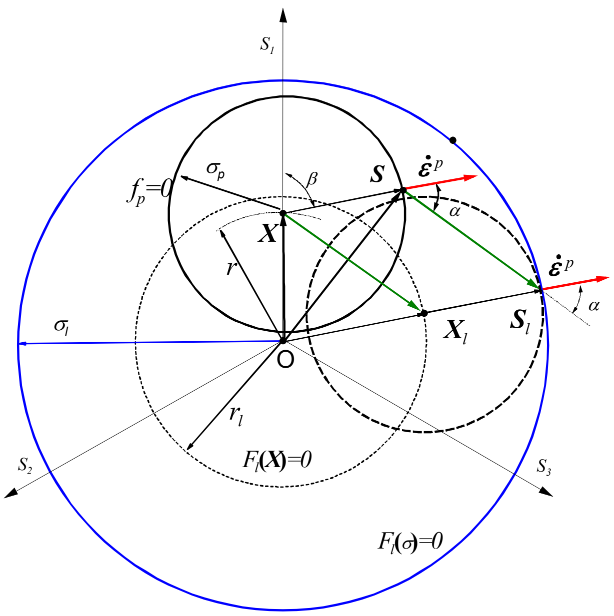
Stan ustalony zostaje osiągnięty na powierzchni granicznej F_l określonej w przestrzeni naprężeń wstecznych $\boldsymbol{X}$, bądź też w przestrzeni naprężeń, a mianowicie:

$$F_l(\boldsymbol{X}) = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{X}} - r_l = 0, \quad F_l(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}} - \sigma_l = 0, \quad \sigma_l = \sigma_p + r_l\,, \tag{4}$$

gdzie $r_l = c/\gamma$. Prawo ewolucji środka powierzchni (3) możemy zapisać w równoważnej formie, a mianowicie, (Rys.1):

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \dot{\lambda}\gamma(\boldsymbol{S_l} - \boldsymbol{S}) = \dot{\lambda}\gamma\,(\boldsymbol{X_l} - \boldsymbol{X}) = \dot{\lambda}\gamma\boldsymbol{\rho}\Delta\,, \tag{5}$$

gdzie $\boldsymbol{S_l}$ i $\boldsymbol{X_l}$ są stanami na powierzchni granicznej związanymi z kierunkami tensora prędkości odkształcenia. Zakładając proces deformacji ze stałym kierunkiem prędkości odkształcenia, tensor naprężeń wstecznych $\boldsymbol{X}$ dąży do granicznego położenia $\boldsymbol{X_l}$ współosiowego z tensorem prędkości odkształcenia $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$. Prawo translacji w tej postaci jest identyczne z koncepcją zaproponowaną przez Mroza [10] w sformułowaniu modelu wielopowierzchniowego.



Rys. 1. Ewolucja naprężeń wstecznych $\boldsymbol{X}$ w kierunku osiągnięcia stanu granicznego $\boldsymbol{X}_l$.

2.2. Uogólniony model dwu powierzchniowy

Koncepcja pochodzi się z modelu wielopowierzchniowego, gdzie w miejsce powierzchni granicznej zostało wprowadzonych szereg powierzchni wzmocnienia, zob. Mróz [10] , Mróz i Rodzik [12]. Prawo translacji powierzchni plastyczności zostało przyjęte a analogicznej postaci do równania (5). Wprowadźmy w miejsce powierzchni granicznej F_l=0 powierzchnię wzmocnienia (*hardening surface*), której rozmiar może się zmieniać w wyniku kumulacji odkształceń plastycznych. Równania modelu zostały sformułowane zakładając jedną lub dwie powierzchnie wzmocnienia, podobnie jak w sformułowaniu dla modelu dwu-powierzchniowego Kriega [9] lub Dafaliasa i Popova [6]. Załóżmy najpierw wzmocnienie izotropowe powierzchni $F_l=0$, zależne od amplitudy cyklicznego obciążenia. Powierzchnia plastyczności i powierzchnia graniczna określona jest równaniem:

$$\begin{aligned} f_p &= \sqrt{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X})\cdot(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X})} - \sigma_p(\xi) = 0 \\ F_l &= \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}} - \sigma_l(\xi) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Ewolucję wzmocnienia odkształceniowego zakładamy w postaci:

$$\dot{\xi} = \begin{cases} \dot{\lambda}\left(\dfrac{l-l_0}{1-l_0}\right)^{\kappa} & , \; l > l_0 \\ 0 & , \; l \le l_0 \end{cases} \tag{7}$$

Równanie to zakłada brak wzmocnienia dla parametru $l \le l_0$. Parametr l określony jest równaniem, (rys. 2):

$$l = 1 - \frac{|\Delta|}{2(\sigma_l - \sigma_p)} = 1 - \frac{\Delta}{\Delta_{\max}}, \qquad \Delta = |AB| = |\boldsymbol{S}_l - \boldsymbol{S}|, \qquad \Delta_{\max} = 2(\sigma_l - \sigma_p), \tag{8}$$

Zakładamy, że zarówno powierzchnia plastyczności jak i powierzchnia wzmocnienia zmieniają swój rozmiar jednocześnie, a ich stosunek wielkości jest stały, $k_p = \sigma_l / \sigma_p = const$. Prawo wzmocnienia izotropowego zapiszemy w postaci:

$$\sigma_l = \sigma_{l0} + s\xi^w, \tag{9}$$

bądź też:

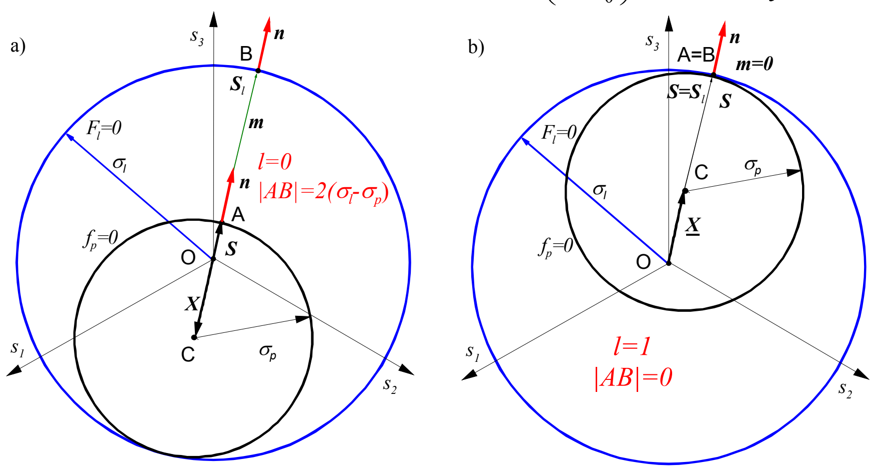
$$\sigma_l = \sigma_{\max} - (\sigma_{\max} - \sigma_{l0})e^{-w\xi}, \tag{10}$$

gdzie σ_{l0} jest początkową wielkością powierzchni wzmocnienia i $\sigma_{\max}$ jest maksymalnym rozmiarem powierzchni, zaś s i w są stałymi materiałowymi wzmocnienia. Prawo (9) przewiduje nieograniczony wzrost powierzchni σ_l wraz z przyrostem ξ, zaś prawo ewolucji (10) zakłada osiągnięcie stanu granicznego $\sigma_{\max}$. Moduł wzmocnienia określony jest z równania zgodności:

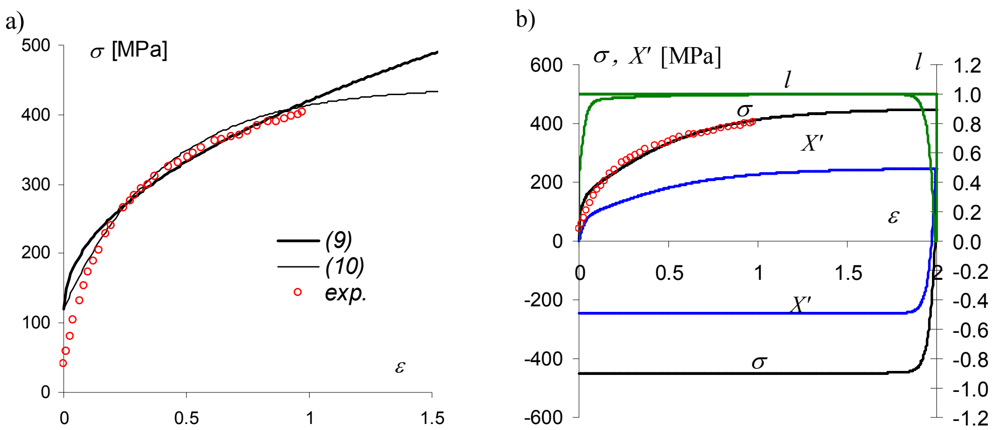
$$\dot{f}_p = \boldsymbol{N} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{N} \cdot \dot{\boldsymbol{X}} - \sigma'_p \dot{\xi} = 0$$
$$\boldsymbol{N} = \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\frac{3}{2}(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X})}{\sigma_p} \tag{11}$$

i uwzględniając równania (5, 7), otrzymamy:

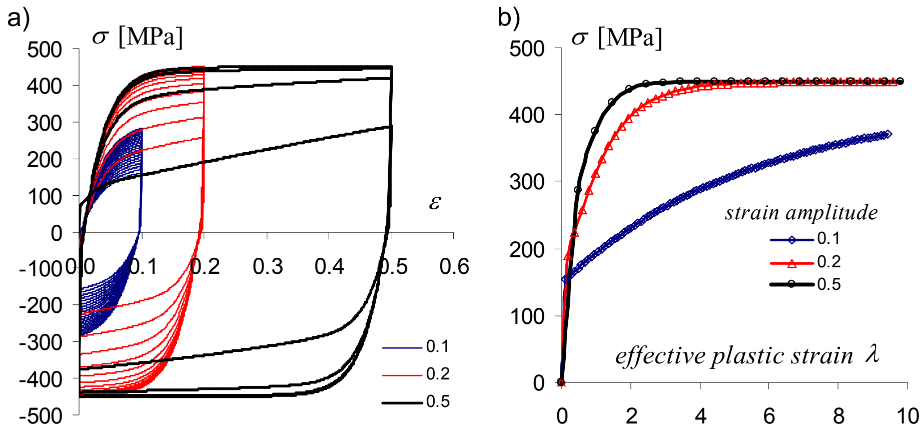
$$\dot{\lambda} = \frac{\boldsymbol{N} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}}{H}, \qquad H = \gamma\, \boldsymbol{N} \cdot (\boldsymbol{S}_l - \boldsymbol{S}) + \sigma'_p \left(\frac{l - l_0}{1 - l_0} \right)^{\kappa}, \ \sigma'_p = \frac{\partial \sigma_p}{\partial \xi} \tag{12}$$



Rys. 2. Translacja powierzchni f_p na ścieżce AB; a) początkowe położenie: $l=0$, $|AB|=2(\sigma_l-\sigma_p)$; b) położenia w stanie ustalonym: $l=1$, $|AB|=0$



Rys. 3. Jednosiowe rozciąganie miedzi: a) Zmiany naprężenia osiowego σ_l, b) Zmiany naprężenia, ewolucja naprężeń wstecznych $\boldsymbol{X}$ i parametru odległości od powierzchni wzmocnienia l.



Rys. 4. Zmiany naprężenia w testach cyklicznego rozciągania –ściskania dla różnych amplitud: a) ewolucja stanu naprężenia dla amplitud ε_a=0.1, 0.2, 0.5, b) zmiany maksymalnych naprężeń w procesie wzmocnienia.

Rysunek 3a przedstawia ewolucje σ_l opisaną przez dwa prawa (9) i (10). Rysunek 3b przedstawia zmiany naprężenia w funkcji odkształcenia, zmiany położenia środka powierzchni X' oraz zmiany parametru l w testach cyklicznych jednoosiowego rozciągania-ściskania dla czystej miedzi. Dane eksperymentalne, uzyskane przez Follansbee i Kocks [7] są zaznaczone symbolami.

Rysunek 4 przedstawia ewolucję pętli histerezy dla trzech amplitud testach cyklicznego osiowego ściskania–rozciągania, zakładając κ=10 i l_0=0. Stan naprężenia osiąga stan ustalony, zaś prędkość ewolucji jest mniejsza dla mniejszych amplitud, Rys. 4b.

Parametr wzmocnienia l zależy od odległości punktu naprężenia od punktu sprzężonego na powierzchni wzmocnienia F_l =0 (rys. 2). Z chwilą osiągnięcia powierzchni wzmocnienia parametr osiąga wartość $l \to 1$, dla punktów naprężenia wewnątrz powierzchni przyjmuje wartości $0 \le l \le 1$. Tak więc, ścieżki deformacji, dla których stan naprężenia jest odległy od powierzchni wzmocnienia będą związane z mniejszym wzrostem izotropowym aniżeli ścieżki przebiegające blisko powierzchni wzmocnienia. Podobnie dla obciążeń cyklicznych o małym poziomie amplitudy naprężeń czy też odkształceń związane są z mniejszym wzmocnieniem aniżeli obciążenia cykliczne o większych amplitudach.

2.3. Model trój-powierzchniowy

Rozpatrzmy obecnie model, w którym powierzchnia wzmocnienia ma możliwość poruszania się oraz wzrostu izotropowego. Równanie powierzchni wzmocnienia zapiszemy w postaci:

$$F_h = \sqrt{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{Y})\cdot(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{Y})} - \sigma_l(\xi) = 0, \quad (13)$$

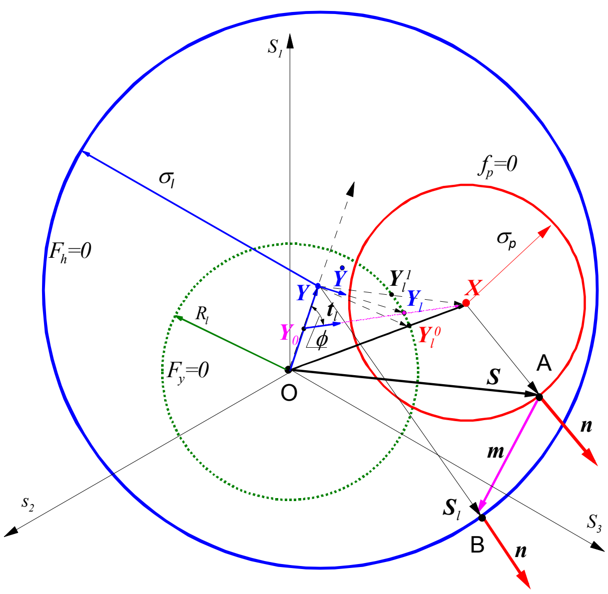
zaś prawo ruchu translacyjnego przyjmie formę:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{Y}} &= \dot{\lambda}\gamma_1(\boldsymbol{Y_l}-\boldsymbol{Y}) \quad dla \quad r = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{X}} > R_l \\ \dot{\boldsymbol{Y}} &= \dot{\lambda}\gamma_1(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}) \quad dla \quad r \le R_l \end{aligned}, \quad (14)$$

gdzie $\boldsymbol{Y}$ jest położeniem środka powierzchni, a γ_1 jest stałą materiałową i $\boldsymbol{Y}_l$ jest punktem sprzężonym na powierzchni granicznej. Podobnie jak poprzednio, załóżmy że $\boldsymbol{Y}_l$ znajduje się na powierzchni granicznej o równaniu:

$$F_y = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{Y}\cdot\boldsymbol{Y}} - R_l(\xi) = R - R_l = 0, \quad (15)$$

gdzie R_l jest rozmiarem powierzchni. Podobnie zakładamy, że zarówno powierzchnia graniczna jak i powierzchnia wzmocnienia mogą się powiększać, zaś ich stosunek wielkości pozostaje stały, tak więc:



Rys. 5. Model trój-powierzchniowy: ewolucja naprężeń wstecznych $\boldsymbol{Y}$ w kierunku punktu granicznego $\boldsymbol{Y}_l$.

$$k_l = \frac{\sigma_l}{R_l} = const. \tag{16}$$

Prostą formę prawa ewolucji przyjmiemy zakładając, że $\boldsymbol{Y}$ dąży do stanu radialnego $\boldsymbol{Y}_l^0$ na powierzchni granicznej współosiowej do położenia powierzchni plastyczności $\boldsymbol{X}$, tak więc otrzymamy:

$$\boldsymbol{Y}_l^0 = \boldsymbol{X}\frac{R_l}{R} \tag{17}$$

Innym założeniem ruchu powierzchni wzmocnienia jest przyjęcie, że $\boldsymbol{Y}$ podąża ścieżką $\boldsymbol{X}$-$\boldsymbol{Y}$ osiągając graniczny punkt $\boldsymbol{Y}_l^l$, Rys. 5. Uogólniając te dwa przypadki zakładamy, że punkt graniczny $\boldsymbol{Y}_l$ jest określony przez wektor $\boldsymbol{X}$-$\boldsymbol{Y}_0$, gdzie $\boldsymbol{Y}_0 = f\,\boldsymbol{Y},\ 0 \le f \le 1$, tak więc ostatecznie mamy

$$\boldsymbol{Y}_l = \boldsymbol{Y}_0 + \boldsymbol{t}_l\rho \quad , \quad \boldsymbol{t}_l = \frac{\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_0}{|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}_0|} \tag{18}$$

gdzie $\boldsymbol{t}_l$ jest jednostkowym wektorem o kierunku $\boldsymbol{X}$-$\boldsymbol{Y}_0$ i skalarny współczynnik ρ określony jest z równania powierzchni granicznej, a mianowicie:

$$F_y = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{Y}_l\cdot\boldsymbol{Y}_l} - R_l = \sqrt{\tfrac{3}{2}(\boldsymbol{Y}_0 + \boldsymbol{t}_l\rho)\cdot(\boldsymbol{Y}_0 + \boldsymbol{t}_l\rho)} - R_l = 0 \tag{19}$$

równanie (19) określa wartość parametru ρ, tj:

$$\rho = -R_0\cos\phi + \sqrt{R_l^2 - R_0^2\sin^2\phi} \quad , \quad R_0 = \sqrt{\tfrac{3}{2}\boldsymbol{Y}_0\cdot\boldsymbol{Y}_0} = f\,R \tag{20}$$

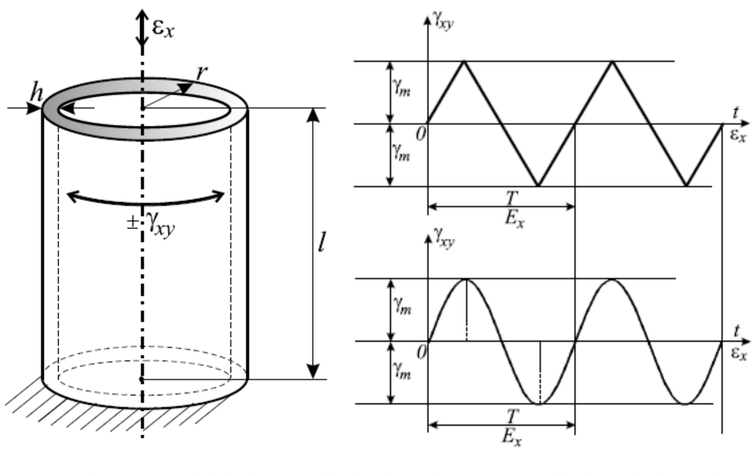
gdzie ϕ jest kątem pomiędzy $\boldsymbol{OY}$ i $\boldsymbol{X}$-$\boldsymbol{Y}_0$, Dla f=0, stan graniczny $\boldsymbol{Y}_l^0$ określa równanie (17), dla f=1 stan $\boldsymbol{Y}_l^l$ jest generowany. Współczynnik f jest jednakowy dla wszystkich ścieżek obciążenia. Parametr ten, decydujący o położeniu punktu granicznego odgrywa decydującą rolę w jakościowym opisie zjawiska ratchetingu. Dla położenia środka powierzchni plastyczności $\boldsymbol{X}$ znajduje się wewnątrz powierzchni granicznej $F_y=0$, wtedy zgodnie z (14) przyjmujemy $\boldsymbol{Y}_l=\boldsymbol{X}$. W przypadku modelu trój-powierzchniowego prawo translacji położenia środka powierzchni $\boldsymbol{X}$, w miejsce równania (5), przyjmuje postać:

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \dot{\lambda}\gamma\,(\boldsymbol{X}_l - \boldsymbol{X}) + \dot{\boldsymbol{Y}} \tag{21}$$

gdzie $\dot{\boldsymbol{Y}}$ jest prędkością unoszenia. Rys. 5 przedstawia ewolucję położenia środka powierzchni $\boldsymbol{Y}$.

3. ZASTOSOWANIE MODELU: SYMULACJA ZŁOŻONYCH CYKLI DEFORMACJI

W tym rozdziale zastosujemy model do opisu cyklicznego zachowania metali w próbach jednoosiowego cyklicznego odkształcenia dla różnych amplitud oraz w próbach cyklicznego skręcania cienkich walców z nałożonym progresywnym odkształceniem osiowym. Cykliczne odkształcenie postaciowe powoduje zmniejszenie obciążenia osiowego. Rozważmy cienki walec o promieniu r_0 i długości l_0 . Stan odkształcenia opiszemy przez ε_x , γ_{xy} - odkształcenie osiowe i ścinające, oraz stan naprężenia ma składowe σ_x, τ_{xy} . Przyjmijmy, że prędkość odkształcenia osiowego jest w

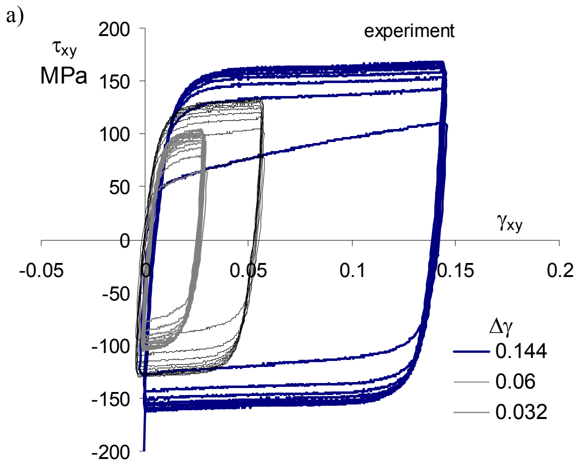


Rys. 6. Złożony cykl deformacji cienkościennego cylindra; liniowe i harmoniczne zmiany odkształcenia ścinającego $\gamma_{xy}(t)$.

trakcie procesu stała $\dot{\varepsilon}_x$ oraz zakładamy, że walec jest cyklicznie skręcany o amplitudzie odkształceń ścinających γ_m. Program odkształcenia przedstawiony jest na rys. 6. Stosunek prędkości odkształcenia ścinającego do osiowego oznaczymy przez η. Rozważymy dwa przypadki sterowania, liniowe i harmoniczne. Dla sterownia liniowego prędkość odkształceń ścinających jest stała $\dot{\gamma}_{xy} = 4\gamma_m / T$, dla sterowania harmonicznego jest zmienna w czasie $\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\pi}{2}\gamma_m \cos(2\pi t / T)$. Parametr stosunku prędkości odkształceń η oraz amplituda odkształcenia ścinającego γ_m są parametrami kontrolującymi proces deformacji.

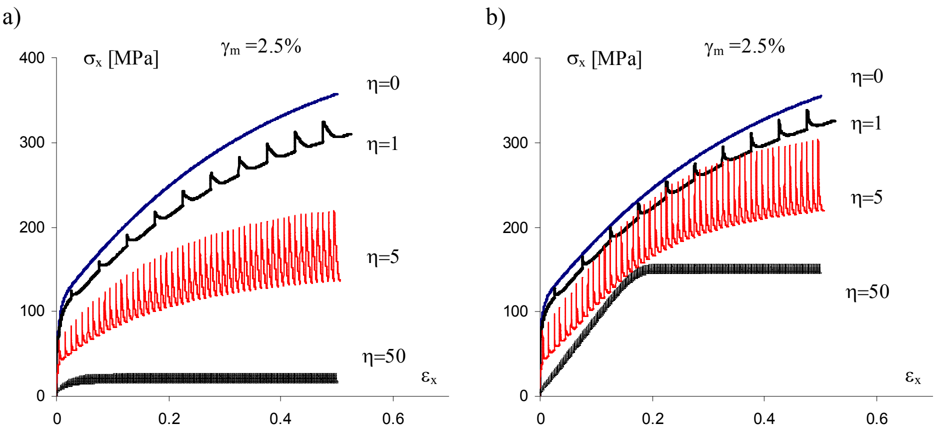
3.1. Cykliczne odkształcenia miedzi

Badania eksperymentalne dla miedzi w testach cyklicznego ścinania zostały przeprowadzone przez Pawlickiego i Grosmana [13] na próbkach rurkowych. Parametry materiału dla modelu dwu i trój-powierzchniowego zostały zawarte w Tabeli 1, 2 . Do opisu wzmocnienia zastosowano prawo (10).



Rys. 7. Testy cyklicznego skręcania miedzi dla trzech amplitud $\Delta\gamma_{xy}$=0.032, 0.06, 0.144, a) dane doświadczalne, b) symulacja trój-powierzchniowym modelem.

Testy cyklicznego ścinania dla trzech amplitud $\Delta\gamma_{xy}$=0.032, 0.06, 0.144 przedstawione są na rysunku 7a., zaś symulacja na rysunku 7b. Zastosowanie modelu do monotonicznego rozciągania z nałożonymi skrętnymi cyklami odkształcenia przedstawione jest na rysunku 8 przy zastosowaniu modelu dwu i trój-powierzchniowego. Rysunek przedstawia zmiany naprężenia osiowego w złożonych cyklach odkształcenia miedzi dla różnych wartości parametru η i amplitudy γ_m =2.5%. Wraz ze wzrostem η , poprzez wzrost częstotliwości oscylacji skrętnych przy stałym odkształceniu osiowym, widać wyraźny spadek naprężenia osiowego. Dla modelu dwu-powierzchniowego jest on znacznie większy niż przewiduje to model trój-powierzchniowy.



Rys. 8. Zmiany naprężenia osiowego w złożonych cyklach odkształcenia czystej miedzi dla różnych wartości parametru η i stałej amplitudy γ_m =2.5%: a) symulacja modelem dwu-powierzchniowym ; b) symulacja dla modelu trój-powierzchniowego.

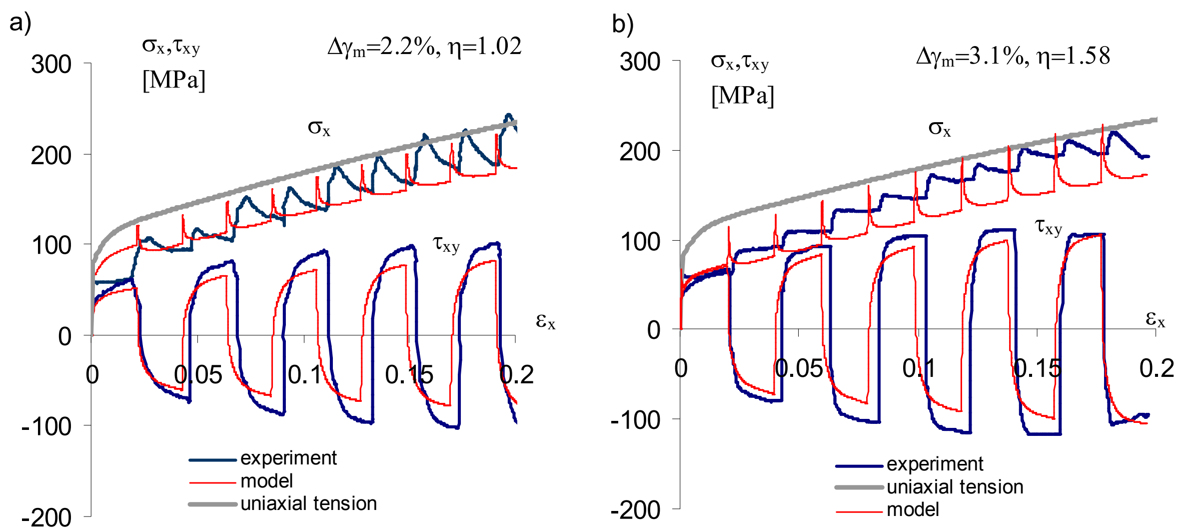
Tabela 1: Parametry modelu dwu-powierzniowego dla miedzi, z prawem ewolucji (10) .

E [GPa]	ν [–]	σ_{l0} [MPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	w [–]	k_p [–]	κ [–]	γ [–]
108	0.3	120	435	3.0	2.22	5	125

Tabela 2: Parametry modelu trój-powierzniowego dla miedzi.

E [GPa]	ν [–]	σ_{l0} [MPa]	$\sigma_{\max}$ [MPa]	w [–]	k_p [–]	κ [–]	γ [–]	k_l [–]	γ_l [–]	f [-]
108	0.3	120	300	3.0	1.54	5	120	2.22	5	1.0

Rysunek 9 przedstawia symulację numeryczną przy zastosowaniu modelu trój-powierzchniowego i wyniki eksperymentalne Pawlickiego i Grosmana [13] zmian naprężenia osiowego i naprężenia ścinającego. W modelowaniu założono sterowanie liniowe, zaś w badaniach doświadczalnych sterowanie odbiegało od idealnie liniowego, szczególnie w okolicach zmiany kierunku ścinania. Stąd też widoczne są różnice w przebiegu naprężenia osiowego, przy czym wartości średnie są zbliżone .



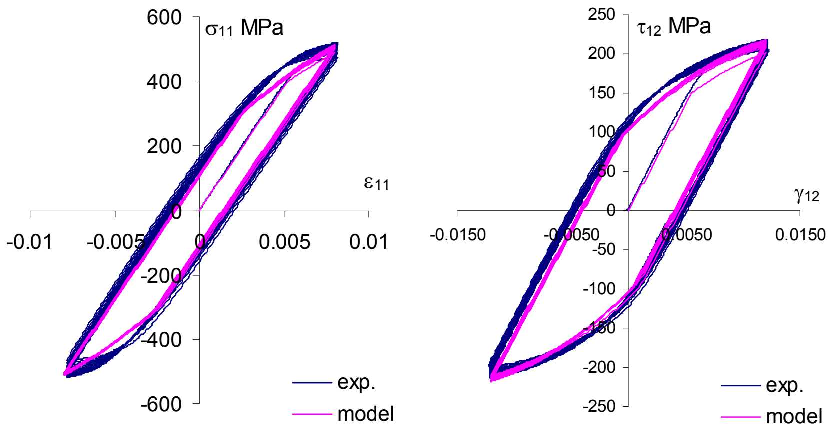
Rys. 9. Porównanie symulacji modelu trój-powierzchniowego i badań eksperymentalnych dla testów osiowego rozciągania z cyklicznym skręcaniem, a) zmiany naprężenia osiowego i stycznego dla η=1.02, γ_m =2.2%, b) zmiany naprężenia osiowego i stycznego dla η=1.58, γ_m =3.1%.

3.2. Modelowanie cyklicznego płynięcia stopu aluminium PA7.

Analogiczny program badawczy na stopie aluminium PA7 został wykonany przez Kowalewskiego i Szymczaka [8]. Wyniki badań jednoosiowego cyklicznego rozciągania-ściskania, cyklicznego skręcania oraz złożonych cykli deformacji monotonicznego rozciągania z cyklicznym skręcaniem zostały użyte do weryfikacji jakościowej modelu. Używany stop aluminium PA7 charakteryzował się początkową silną anizotropią, zarówno własności sprężystych jak i plastycznych. W miejsce powierzchni Hubera-Missesa została wprowadzona anizotropowa powierzchnia plastyczności, która dla rozciągania i skręcania przyjmuje postać:

$$f_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \beta\tau_x^2} - \sigma_p = 0\,, \tag{22}$$

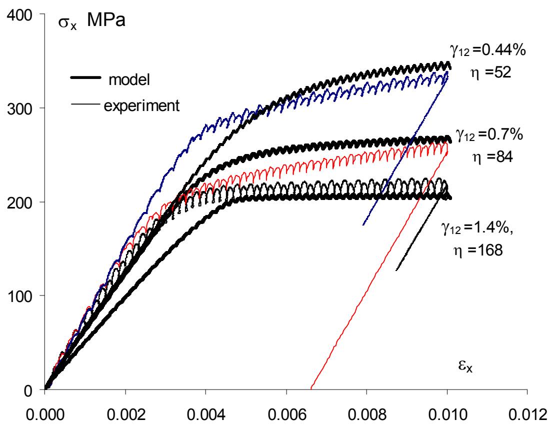
gdzie parametr β=5 (dla β=3 warunek sprowadza się do warunku Hubera-Missesa). Wyznaczone moduły sprężystości wynoszą E=77 GPa , G=27 GPa, ν=0.32. Wyniki badań eksperymentalnych w testach cyklicznego rozciągania i cyklicznego skręcania oraz symulacja numeryczna przy zastosowaniu modelu trój-powierzchniowego została przedstawiona na rysunku 10. Wyniki tych testów posłużyły do kalibracji modelu, którego parametry zestawione są w tablicy 3. Rys. 11 przedstawia wyniki badań eksperymentalnych i symulację numeryczną testów osiowego rozciągania z cyklicznym skręcaniem. Badania wykonano dla liniowo zmiennego sterowania skrętnego przy stałej prędkości odkształcenia osiowego. Wyniki przedstawione są dla trzech wartości parametrów η i γ_m , a mianowicie γ_m=0.44 %, η=52; γ_m=0.6 %, η=72 i γ_m=1.4 %, η=168. Zastosowanie modelu trój-powierzchniowego pozwoliło na prawidłowy opis zachowania stopu dla różnych rodzajów obciążenia. W przypadku modelu trój-powierzchniowego redukcja naprężenia osiowego jest znacznie mniejsza niż w modelu dwu-powierzchniowym i wynika z ruchu translacyjnego środka powierzchni wzmocnienia $\boldsymbol{Y}$ w kierunku punktu granicznego $\boldsymbol{Y}_l$.



Rys 10 Porównanie wyników eksperymentalnych i symulacja modelem trój-powierzchniowym w testach cyklicznego rozciągania i cyklicznego ściskania stopu aluminium PA7.

Tabela 3: Parametry materiałowe dla stopu aluminium PA7, model trój-powierzchniowy.

E [GPa]	ν [-]	G [GPa]	σ_{l0} [MPa]	s [MPa]	w [-]	k_p [-]	κ [-]	γ [-]	k_l [-]	γ_l [-]	β [-]	f [-]
77	0.32	27	400	100	0.25	1.42	1.5	550	2.5	50.0	5	1.0

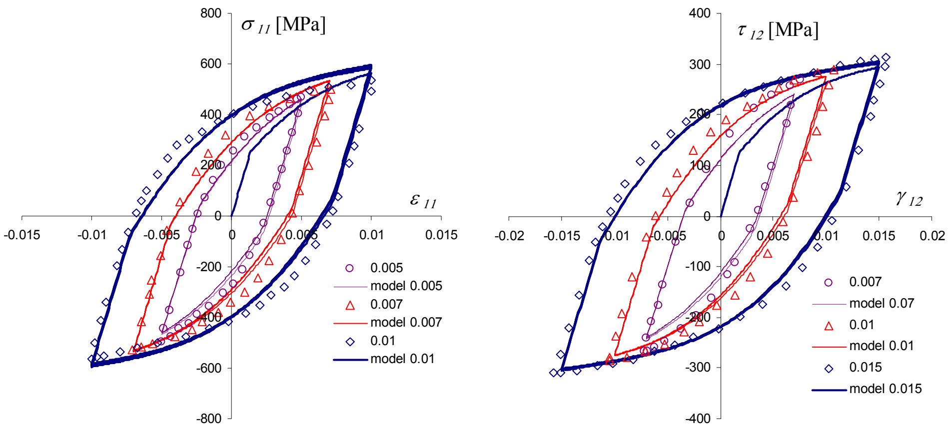


Rys. 11. Porównanie danych eksperymentalnych i symulacji numerycznej dla stopu PA7 w testach monotonicznego rozciągania z cyklami skrętnymi dla różnych parametrów procesu: γ_m=0.44 %, η=52; γ_m=0.7 %, η=84 and γ_m=1.4%, η=168.

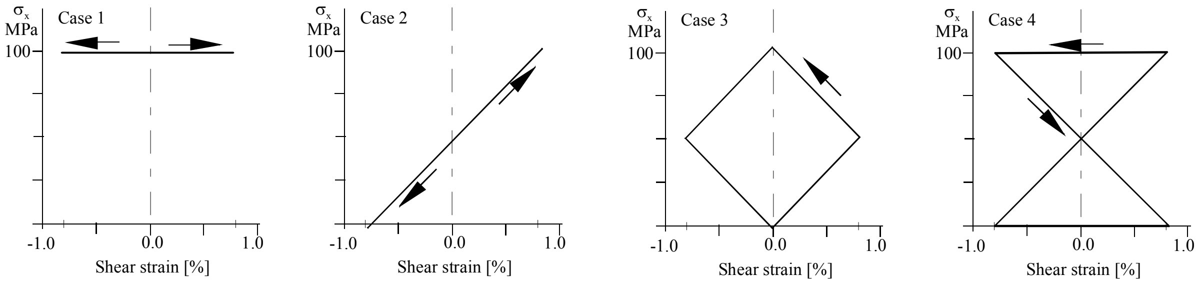
3.3. Modelowanie efektu akumulacji odkształceń plastycznych (ratchetingu) dla stali węglowej S45 C.

W części tej zostanie przedstawione zastosowanie modelu do opisu efektu ratchetingu dla osiowych i dwuosiowych cyklicznych obciążeń i różnych ścieżek obciążenia. Badania eksperymentalne zostały przedstawione w pracach Chena i in. [5, 4]. Zakładając stałe sprężyste E=187 [GPa], ν=0.35 (G=69.2 GPa) i model trój-powierzchniowy z prawami ewolucji (10) i (14), stałe materiałowe modelu zostały wyznaczone z testów cyklicznego rozciągania i cyklicznego skręcania, a mianowicie: σ_{l0} =535 [MPa], σ_{max}=610 [MPa], w=1.5, κ=5, k_p=2.14, k_y=2.857, γ=280.0, γ_l=45.0, f=0.9., l_0=0.0.

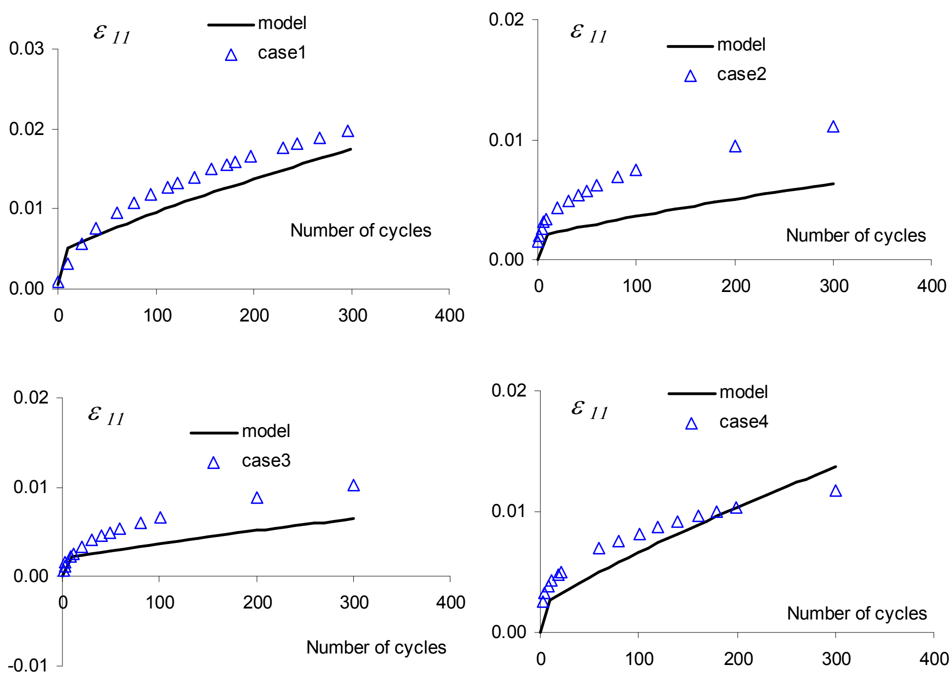
Rys. 12 przedstawia dane eksperymentalne i symulację numeryczną dla ustabilizowanych pętli w testach symetrycznych rozciągania ściskania oraz cyklicznego ścinania dla różnych amplitud ($\Delta\varepsilon_x$=0.5%, 0.7%, 1% dla rozciągania i $\Delta\gamma$=0.7%, 1%, 1.4% dla skręcania). Dla testów asymetrycznych przy sterowaniu naprężeniowym występuje efekt akumulacji odkształceń plastycznych (ratcheting). Rys. 13 przedstawia ścieżki obciążenia stosowane w badaniach eksperymentalnych ratchetingu [4], a na rysunkach 14 pokazane są przyrosty zakumulowanych odkształceń osiowych w funkcji liczby cykli. Wyniki symulacji numerycznych odpowiadają danym eksperymentalnym z zadawalającą dokładnością. Należy podkreślić, że stałe materiałowe modelu były wyznaczane w oparciu o test jednoosiowy i jeden test dwuosiowy (case1, Rys. 12).



Rys. 12. Stal węglowa S45C: dane eksperymentalne i symulacja numeryczna testów symetrycznych: a) jednoosiowe rozciąganie ściskanie, b) cykliczne skręcanie.



Rys. 13. Ścieżki obciążenia w badaniach ratchetingu.



Rys. 14 Porównanie badań eksperymentalnych i obliczeń ratchetingu dla stali węglowej S45C.

4. WNIOSKI

W artykule został przedstawiony prosty model będący w stanie opisać cykliczne zachowanie metali dla złożonych dróg obciążenia. W przypadku progresywnego osiowego odkształcenia z nałożonymi cyklami skrętnymi występuje zmniejszenie wartości składowej osiowej naprężenia. Model dwu powierzchniowy przewiduje znacznie większą redukcję siły, nie obserwowaną eksperymentalnie. Prawidłowy opis jakościowy i ilościowy przewiduje model trój-powierzchniowy, który został zweryfikowany dla szeregu materiałów. Zaproponowany model można z powodzeniem stosować do opisu zjawiska ratchetingu, przy czym zastosowana tu koncepcja jest prosta, w porównaniu z modelami prezentowanymi w literaturze.

PODZIĘKOWANIA

Praca została wykonana w ramach projektu i PBZ-KBN-096/T08/2003.

BIBLIOGRAFIA

[1] Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, CEGB Report RD/B/N731, Berkeley Nuclear Laboratories.

[2] Bochniak W., Korbel A., 1999. Extrusion of CuZn39Pb2 alloy by the KOBO method, Eng. Trans.; 47, 351-367.

[3] Bochniak W., Korbel A., 2000. Plastic flow of aluminum extruded under complex conditions, Mat. Sci. Technol.; 16, 664-674 .

[4] Chen X., Jiao R., Kim K.S., 2005. On the Ohno-Wang kinematic hardening rules for multiaxial ratcheting modeling of medium carbon steel, Int. J. Plast., 161-184.

[5] Chen, X., Jiao, R., Kim, K.S., 2003. Simulation of ratcheting strain to a high number of cycles under multiaxial loading. International Journal of Solids and Structures, 40, 7449–7461.

[6] Dafalias, Y., Popov, E.P., 1976. Plastic internal variable formalism of plasticity, J. Appl. Mech., 98, 645-651.

[7] Follansbee, P.S., Kocks, U.F., 1988. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable. Acta Metall. 36, 81-93.

[8] Kowalewski, Z. , Szymczak, T., 2005. Cyclic torsion combined with extension of thin walled tubes of copper and aluminum alloy, Res. Rep., Inst. Fund. Techn. Res., Warsaw.

[9] Krieg, R.D., 1975. A practical two surface plasticity theory, J. Appl. Mech., 42, 641-646.

[10] Mróz Z., 1967. On the description of anisotropic workhardening, J. Mech. Phys. Solids, 15, 163-175

[11] Mróz Z., Kowalczyk-Gajewska K., Maciejewski J., Pęcherski R., 2006. Tensile or compressive plastic deformation of cylinders assisted by cyclic torsion, Arch. Mech., (in print).

[12] Mroz, Z., Rodzik, P., 1996. On multisurface and integral description of anisotropic hardening evolution of metals. European Journal of Mechanics, A/Solids 15, 1-28.

[13] Pawlicki, J., Grosman, F., 2005. Cyclic torsion combined with extension of thin walled tubes of copper and austenitic steel, Res. Rep., Silesian Techn. Univ.,Gliwice.

Summary in English The present work provides formulation of a constitutive model for metals with the aim to simulate cyclic deformation under axial extension or compression assisted by cyclic torsional straining of specified amplitude. The constitutive model accounting for combined hardening (isotropic-kinematic) with both hardening and recovery effects is presented and calibrated for various materials: pure copper, aluminum alloy (PA7), and carbon steel. The experimental data are used to specify model parameters of materials tested and next the cyclic response for different shear strain amplitudes is predicted and confronted with empirical data. The model prediction of ratcheting effect is also discussed.